

# **EFICIENCIA DE AMORTIGUADORES DE MASA PARA ACCIONES DE VIENTO Y SISMO**

por

***MARIA INES MONTANARO***

Ing. en Construcciones

Tesis presentada como requerimiento parcial  
para obtener el grado académico de  
***‘Magister en Ingeniería Estructural’***

Dirigida por: Dr. Ing. Ricardo Daniel Ambrosini

Laboratorio de Estructuras

Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología

Universidad Nacional de Tucumán

## INDICE

<b>Indice</b>	<i>i</i>
<b>Resumen</b>	<i>v</i>
<b>Abstratct</b>	<i>vi</i>
<b>Agradecimientos</b>	<i>vii</i>
<b>Lista de Figuras</b>	<i>viii</i>
<b>Lista de Tablas</b>	<i>x</i>
<b>Notación</b>	<i>xi</i>

### **Capítulo 1: Introducción**

1.1. Definición del problema	1
1.2. Objetivos básicos	3
1.3. Hipótesis principales	3
1.4. Contenido de la tesis	4
1.5. Notación	5

### **Capítulo 2: Revisión bibliográfica**

2.1. Introducción	6
2.2. Amortiguadores de masa sintonizados (AMS)	14
2.1.1. Principio de funcionamiento	14
2.2.2. Configuraciones de los AMS	16

2.2.3. Métodos de cálculo de los parámetros de los AMS	17
2.2.4. Múltiples amortiguadores de masa sintonizados	20
2.2.5. Implementaciones estructurales	21
2.3. Amortiguadores de líquido sintonizados (ALS)	22
2.3.1. Principio de funcionamiento	22
2.3.2. Investigaciones precedentes	23
2.3.3. Descripción del movimiento del líquido	25
2.3.4. Implementaciones estructurales	29
2.4. Confort humano	30

### **Capítulo 3: Modelo de estructura**

3.1. Modelo de estructura	31
3.1.1. Ecuaciones cinemáticas y de movimiento	32
3.1.2. Variables de estado	37
3.1.3. Ley constitutiva	39
3.2. Carga externa	39
3.2.1. Carga sísmica	39
3.2.2. Carga de viento	41
3.2.2.1. Procedimiento de simulación	41
3.2.2.2. Correlación vertical	43
3.2.2.3. Presiones de viento	44

### **Capítulo 4: Modelación de AMS y ALS**

4.1. Introducción	46
4.2. Amortiguador de masa sintonizado (AMS)	47
4.2.1. Ecuación de movimiento bajo carga de viento	47
4.2.2. Ecuación de movimiento bajo carga sísmica	50
4.2.3. Cálculo de los parámetros del AMS	53
4.3. Amortiguador de líquido sintonizado (ALS)	54

4.3.1. Ecuación de movimiento bajo carga de viento	54
4.3.2. Cálculo de los parámetros del ALS	55

## Capítulo 5: Solución numérica y programación

5.1. Introducción	57
5.2. Solución numérica	58
5.3. Descripción de los programas	59
5.3.1. Archivo de entrada	61
5.3.2. Archivo de salida	62

## Capítulo 6: Análisis numérico

6.1. Introducción	63
6.2. Amortiguador de masa sintonizado	64
6.2.1. Respuesta dinámica bajo la acción del viento	64
6.2.1.1. Edificio Central Plaza	64
6.2.1.2. Chimenea A	68
6.2.1.3. Chimenea B	71
6.2.2. Respuesta dinámica bajo acción sísmica	74
6.2.2.1. Edificio Central Plaza	75
6.2.2.2. Chimenea A	76
6.2.2.3. Chimenea B	77
6.2.2.4. Edificio Torres de Miramar	79
6.2.3. Estudio de la variación de los parámetros óptimos	81
6.3. Amortiguador de liquido sintonizado. Acción del viento	85
6.3.1. Edificio Central Plaza	85
6.3.2. Chimenea A	87
6.3.2. Chimenea B	87
6.3.3. Edificio Torres de Miramar	87
6.4. Comparación entre AMS y ALS	89

## **Capítulo 7: Conclusiones y recomendaciones**

7.1. Introducción	94
7.2. Discusión y Conclusiones	97
7.3. Recomendaciones para trabajos futuros	99

<b>Bibliografía</b>	<b>100</b>
---------------------	------------

# ESTUDIO TEÓRICO - NUMÉRICO DE SISTEMAS DE CONTROL PASIVO DE VIBRACIONES

por María Inés Montanaro

## RESUMEN

Se presenta un esquema de cálculo de la respuesta dinámica de estructuras, sometidas a cargas de viento y sísmicas, con disipadores pasivos de energía tales como amortiguador de masa sintonizado o amortiguador de líquido sintonizado. La formulación presentada incluye las ecuaciones de movimiento de los sistemas, su interacción con la estructura y la determinación de sus parámetros. El modelo de estructura adoptado es una formulación general de vigas con ley constitutiva lineal general que permite la variación de las propiedades seccionales con la coordenada longitudinal.

Se implementa computacionalmente el esquema teórico desarrollado para el amortiguador de masa sintonizado y para el amortiguador de líquido sintonizado. La respuesta de los programas para carga sísmica, representada por 2 acelerogramas, incluye los desplazamientos y corte en la base y para carga de viento, modelada como un proceso aleatorio estacionario, se adiciona la respuesta de las aceleraciones. Se evalúa la respuesta dinámica durante el tiempo de duración de la carga para 3 estructuras: un edificio de 150 m de altura y 2 chimeneas de 250 m de altura. Se analiza comparativamente la eficiencia de ambos sistemas. Se realiza un estudio paramétrico para obtener los valores óptimos de los parámetros de diseño del amortiguador de masa sintonizado.

Se realiza un estado del arte, de los sistemas de control de vibraciones y sistemas de aislación, desarrollando ampliamente los siguientes sistemas de control pasivo de vibraciones: amortiguador de masa sintonizado y el amortiguador de líquido sintonizado.

# **THEORETICAL – NUMERICAL STUDY OF PASSIVE CONTROL SYSTEMS OF VIBRATIONS**

by María Inés Montanaro

## **ABSTRACT**

A scheme of dynamic response of structures with tuned mass damper or tuned liquid damper subjected to wind load and seismic load is presented. The formulation includes the motion equations, its structural interaction and parametric determination. The structural model adopted is a general beam formulation with general linear constitutive law, the variation of sectional properties with longitudinal coordinate is allowed.

The theoretical scheme development to tuned mass damper and tuned liquid damper is implemented computationally. The program response to seismic load, i. e. two accelerograms, includes the displacements and base shear. For wind load, considered as a stationary random process, the acceleration response is added. The dynamic response is evaluated during time of load to three structures: a building of 150 m high and two chimneys of 250 m high. The performance of both systems is analysed and compared. The parametric study is carried out to obtain the optimal values of design of tuned mass damper.

Bibliography revision of vibration control systems and isolation systems is made. The passive control systems of vibration, tuned mass damper and tuned liquid damper, are thoroughly developed.

## AGRADECIMIENTOS

En estos párrafos quiero expresar mi agradecimiento a las siguientes personas que me han apoyado desde el inicio de estos estudios de posgrado.

Al Ing. Edgardo F. Irassar por todo su apoyo para que pudiera comenzar este Magister y su disposición para atender todas mis inquietudes académicas y universitarias.

Al Dr. Rodolfo Danesi, Director del Laboratorio de Estructuras por su trabajo diario y su constante preocupación para que todos los estudiantes realicen sus estudios en las mejores condiciones académicas.

Al Dr. Ricardo D. Ambrosini, director de esta tesis, por todos los conocimientos que me supo brindar y transmitir. También durante el desarrollo de la tesis le agradezco su paciencia y su constante dedicación como director para que los plazos de elaboración de este trabajo se cumplieran.

A mis compañeros del IV Magister: Domingo, Mariela C., Oscar, Abel, Ricardo, Mariela L., Sergio y Marcia. les agradezco todos los momentos compartidos en este tiempo en Tucumán que me ayudaron a soportar la lejanía de mi ciudad natal. A este grupo se suman Oscar y Marta del V Magister.

A todos los que forman parte de este Laboratorio de Estructuras les agradezco su predisposición para ayudarnos desde nuestra llegada y en todo momento, los asados y cafés compartidos.

Un párrafo muy especial merecen mis padres. Creo que el momento indicado para expresar mi reconocimiento por el enorme esfuerzo y sacrificio para mi formación universitaria, les agradezco también su apoyo y confianza para todas las actividades que he deseado emprender.

A mi hermana y amigos de siempre les agradezco su cariño, su existencia, sus cartas y mails que me ayudaron sentir en menor dimensión su ausencia.

A la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires les agradezco el apoyo económico recibido durante el transcurso de este posgrado.

## LISTA DE FIGURAS

2.1:	Sistemas de reducción de vibraciones	8
2.2:	Apoyo de goma laminada con capas de acero	7
2.3:	Apoyos de goma laminada con núcleo de plomo	9
2.4:	Péndulo de fricción	10
2.5:	Amortiguador viscoelástico	11
2.6:	Disipador friccional ADAS	12
2.7:	Dispositivo TADAS	12
2.8:	Cadenas colgantes	13
2.9:	Modelo estructura - AMS	15
2.10:	Configuraciones de AMS	16
2.11:	$R_{f_{opt}}$ y $\zeta_{opt}$ , según Wiesner	18
2.12:	Modelo de estructura-ALS	23
2.13:	Modelación del ALS	27
3.1:	Definición de coordenadas y variables	33
3.2:	Interpolación lineal en la altura z	43
4.1:	Coordenadas del modelo estructura – AMS (Plano x - z)	47
4.2:	Modelo de ALS circular	56
5.1:	Diagrama de flujo	60
6.1:	Corte transversal del Edificio Central Plaza	66
6.2:	Respuesta dinámica del Edificio Central Plaza con y sin AMS	67
6.3:	Chimenea A	69
6.4:	Respuesta dinámica de la chimenea A con y sin AMS.	70
6.5:	Chimenea B	72
6.6:	Respuesta dinámica de la chimenea B con y sin AMS.	73
6.7:	Acelerograma de Caucete	74
6.8:	Acelerograma de Viña del Mar.	74
6.9:	Espectros de respuesta de los acelerogramas utilizados	75
6.10:	Desplazamientos del Edificio Central Plaza bajo el sismo de Caucete.	75
6.11:	Desplazamientos del Edificio Central Plaza bajo el sismo de Viña del Mar.	76
6.12:	Desplazamientos de la chimenea A bajo el sismo de Caucete.	77
6.13:	Desplazamientos de la chimenea A bajo el sismo de Viña del Mar.	77
6.14:	Desplazamientos de la chimenea B bajo el sismo de Caucete.	78

6.15:	Desplazamientos de la chimenea B bajo el sismo de Viña del Mar.	78
6.16:	Edificio Torres de Miramar	80
6.17:	Desplazamientos del Edificio Torres de Miramar bajo el sismo de Cauce.	80
6.18:	Desplazamientos del Edificio Torres de Miramar bajo el sismo de Viña del Mar.	81
6.19:	Estudio del parámetro relación de masa.	82
6.20:	Estudio del parámetro relación de frecuencia	83
6.21:	Estudio del parámetro relación de amortiguamiento.	84
6.22:	Respuesta del Edificio Central Plaza con y sin ALS.	86
6.23:	Respuesta de la Chimenea A con y sin ALS.	88
6.24:	Respuesta de la Chimenea B con y sin ALS.	90
6.25:	Comparación de AMS y ALS para Edificio Central Plaza	91
6.26:	Comparación de AMS y ALS para Chimenea A.	92
6.27:	Comparación de AMS y ALS para Chimenea B	93

## LISTA DE TABLAS

2.1:	Estructuras con sistemas de control de vibraciones en Japón	14
6.1:	Valores máximos del Edificio Central Plaza con y sin AMS	66
6.2:	Valores máximos de la chimenea 1 con y sin AMS.	69
6.3:	Valores máximos de la chimenea 2 con y sin AMS.	72
6.4:	Valores máximos de Edificio Central Plaza bajo carga sísmica.	76
6.5:	Valores máximos de la chimenea 1 bajo carga sísmica.	76
6.6:	Valores máximos de la chimenea 2 bajo carga sísmica.	78
6.7:	Valores máximos del Edificio Torres de Miramar bajo carga sísmica.	80
6.8:	Valores máximos de Edificio Central Plaza con y sin ALS.	85
6.9:	Valores máximos de la Chimenea 1 con y sin ALS.	87
6.10:	Valores máximos de la Chimenea 2 con y sin ALS.	89
7.1:	Porcentajes de reducción del AMS y ALS bajo carga de viento	96
7.2:	Porcentajes de reducción del AMS bajo carga de viento y sísmica	97

## NOTACIÓN

$\nu$	Módulo de Poisson
$\xi$	Desplazamiento en la dirección del eje global <b>x</b>
$\eta$	Desplazamiento en la dirección del eje global <b>y</b>
$\zeta$	Desplazamiento en la dirección del eje global <b>z</b>
$\omega$	frecuencia ( rad / seg )
$\mu$	Relación de masa
$\mu_e$	Coefficiente de amortiguamiento estructural
$\zeta_e$	Relación de amortiguamiento del AMS
$\xi_G, \eta_G$	Desplazamientos del terreno en las direcciones x e y
$\gamma_{mx}, \gamma_{my}$	Valores medios de las deformaciones por corte sobre la sección z=constante.
$\zeta_t$	Amortiguamiento viscoso del líquido
$\xi^T, \eta^T$	Desplazamientos totales en la direcciones x e y
$\phi_x, \phi_y$	Rotaciones por flexión con respecto a los ejes x e y
$\epsilon_z$	Deformación longitudinal
$\sigma_z$	Tensión longitudinal
$\gamma_{zs}$	Deformación por corte en el sistema de coordenadas local.
$\tau_{zs}$	Tensión de corte longitudinal
$\gamma_{zx}, \gamma_{zy}$	Deformaciones por corte en el sistema de coordenadas global
$a$	Radio del tanque del Amortiguador de Líquido Sintonizado (ALS)
$\varphi$	Área sectorial en el punto en consideración
$a_x, a_y$	Coordenadas del centro de corte
$b$	Ancho de la estructura
$B$	Bimomento
$B_l, F_r$	Valores que tienen en cuenta la altura y los obstáculos.
$c_v$	Coefficiente de variación de la parte fluctuante
$C_{VX}$	Coefficientes de arrastro en la dirección x
$C_{VY}$	Coefficientes de arrastro en la dirección y
$c_x$	Amortiguamiento en la dirección x del Amortiguador de Masa Sintonizado(AMS) o Amortiguador de Líquido Sintonizado(ALS)

$c_y$	Amortiguamiento en la dirección y del Amortiguador de Masa Sintonizado(AMS) o Amortiguador de Líquido Sintonizado(ALS)
$C_z$	Coefficiente definido para carga de viento
$d_x$	Coordenada x de ubicación del AMS
$d_y$	Coordenada y de ubicación del AMS
E	Módulo de elasticidad longitudinal de la estructura
$\delta$	Espesor de la estructura
f	Frecuencia de la estructura( hertz)
$F_t$	Area total de la sección transversal
$f_x, f_y$	Fuerzas aplicadas por el AMS y ALS a la estructura en la dirección x e y
g	Aceleración de la gravedad
G	Módulo de elasticidad transversal
h	Altura del líquido del tanque del ALS
H	Altura total de la estructura
$H_\phi$	Momento flexotorsional debido al alabeo de la sección transversal
$J_\phi$	Momento sectorial de inercia
$J_d$	Módulo de torsión
$J_x, J_y$	Momentos de inercia de la sección transversal con respecto a los ejes baricéntricos
$k_{cx}, k_{cy}$	Coefficientes de corte de Cowper
$K_V$	Esbeltez
$k_x$	Rigidez del AMS o ALS en la dirección x
$k_y$	Rigidez del AMS o ALS en la dirección y
M	Masa total de la estructura
$\rho$	Masa específica
$MA_t$	Momento aplicado por el AMS y ALS a la estructura
$m_t$	masa física del Amortiguador de Líquido Sintonizado(ALS)
$M_T$	Momento torsor total
$m_x$	Masa del AMS o ALS en la dirección x
$M_x, M_y$	Momentos flectores
$m_y$	Masa del AMS o ALS en la dirección y
N	Esfuerzo normal
$p_l$	Exponente de variación exponencial de la velocidad con la altura
$p_z$	Proyección de la carga externa por unidad de superficie sobre la dirección longitudinal

$Q_x, Q_y$	Esfuerzos de corte
$q_x, q_y, m_a$	Cargas externas por unidad de longitud
$r_f$	Cociente entre la frecuencia del amortiguador y la frecuencia de la estructura
$\theta$	Rotación de la sección transversal con respecto al centro de corte
$S_\phi$	Momento sectorial
$S_0$	Función arbitraria de $z$
$S_x, S_y$	Momentos estáticos con respecto a los ejes $x$ e $y$
$u, v, w$	Desplazamientos en las direcciones de los ejes locales $z, s, w$ respectivamente
$V_{10}$	Velocidad media a 10 m de altura sobre el nivel del suelo en m/seg
$x$	Desplazamiento del amortiguador en la dirección $x$
$\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$	Sistema global de coordenadas
$y$	Desplazamiento del amortiguador en la dirección $y$
$z, s, n$	Sistema local de coordenadas

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

### 1.1. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El aumento de densidad poblacional en las grandes ciudades favorece el incremento de la altura de los edificios, los cuales son más propensos a las vibraciones, principalmente las causadas por vientos fuertes o tifones. También este problema se presenta en las torres de observación de los aeropuertos, donde trabajan los controladores del tráfico aéreo, que se construyen a una gran altura. Las aceleraciones, causadas por las vibraciones, que se producen en los pisos superiores son perceptibles por las personas provocando incomodidad y algunas veces conduciendo al abandono del lugar de trabajo. La sensación de incomodidad y la percepción de las vibraciones depende principalmente de la posición de las personas y su ubicación en la planta del edificio. Por lo tanto no sólo es necesario realizar un diseño basado en la seguridad estructural sino también incluir el punto de vista del confort de los ocupantes.

Por otra parte, el mejoramiento de la seguridad sísmica de edificios ya construidos, constituye un problema de enorme envergadura económica. Por un lado, puede suceder que existan edificios que hayan sido dañados por terremotos anteriores o, por otro lado, la nueva

---

evidencia sismológica demuestra que no son aptos para resistir los terremotos esperados en la zona durante su vida útil.

En los dos casos mencionados anteriormente, una alternativa muy interesante para lograr el confort por un lado y el aumento de la seguridad estructural por el otro, son los disipadores pasivos de energía, que constituyen una forma económicamente viable de encarar estos problemas.

El estudio dinámico de edificios, que poseen un sistema que permita la reducción de las vibraciones, se viene desarrollando desde hace algunas décadas. En muchos casos la carga predominante de diseño de estructuras esbeltas son las cargas de viento y sísmicas. Las cargas de viento y/o los sismos, cuyas magnitudes son más difíciles de predecir que las cargas gravitacionales, se deben considerar y modelar tal que reproduzcan la situación real. Por lo tanto, el estudio de la respuesta estructural debe tener en cuenta estos efectos.

El control de vibraciones en estructuras se refiere a los sistemas que permiten una disminución de las amplitudes de vibración cuando son sometidas a excitaciones dinámicas (sismo o viento generalmente). Los sistemas de control se pueden dividir en 2 grandes grupos: los sistemas pasivos y los sistemas activos. Los sistemas activos, básicamente, registran la respuesta estructural y en tiempo real aplican fuerzas contrarias al movimiento, necesitando energía externa para funcionar, siendo ésta su principal desventaja. Los sistemas pasivos, en cambio, se ponen en funcionamiento utilizando la energía excitadora de la carga externa.

Dentro de los sistemas pasivos podemos incluir los amortiguadores de masa sintonizados (AMS) y los amortiguadores de líquido sintonizado (ALS). Estos sistemas proporcionan un aumento de la seguridad estructural y mejoran el confort humano a un bajo costo. El estudio de los AMS y ALS se empieza a desarrollar hace varios años, teniendo un gran auge de aplicación en esta década, con decenas de edificios que poseen estos sistemas pasivos de control de vibraciones, principalmente en Japón. Se observa que en todos los edificios construidos que poseen un AMS o un ALS, éstos tienen diferentes formas geométricas, masas, dimensiones y ubicación en las estructuras, lo que demuestra que cada edificio requiere un estudio especial.

En esta tesis se estudiarán el amortiguador de masa sintonizado como así también el amortiguador de líquido sintonizado, realizando primeramente una minuciosa recopilación de los trabajos publicados y un estudio detallado de su formulación e interacción con las estructuras civiles.

---

## 1.2. OBJETIVOS BÁSICOS

El objetivo principal es estudiar el mejoramiento de la seguridad estructural y la minimización de las vibraciones perceptibles en estructuras utilizando sistemas de control pasivo de vibraciones. Para alcanzar este objetivo, se deberán concretar los siguientes objetivos parciales:

- Analizar los sistemas de control de vibraciones pasivos existentes.
- Formular modelos para el amortiguador de masa sintonizado y para el amortiguador de líquido sintonizado, considerando en ambos casos la interacción con la estructura.
- Desarrollar una herramienta numérica basada en la formulación teórica, que se pueda incorporar a un programa computacional.
- Plantear diferentes ejemplos de estructuras y analizar la respuesta dinámica con y sin sistemas de control de vibraciones.
- Realizar un estudio comparativo de eficiencia de ambos sistemas.

## 1.3. HIPÓTESIS PRINCIPALES

Las hipótesis más importantes que se realizan con respecto al modelo de estructura utilizada en esta tesis son:

- Pequeñas deformaciones y pequeños giros.
- La sección transversal de la estructura es rígida en su plano.
- Las deformaciones debidas al esfuerzo de corte son influenciadas por la variable longitudinal  $z$ .
- El espesor de la estructura, o cualquier parámetro que caracterice una propiedad seccional, varía linealmente con  $z$ .
- Con respecto al esquema de cálculo del amortiguador de masa sintonizado y del amortiguador de líquido sintonizado se considera un modelo lineal.

## 1.4. CONTENIDO DE LA TESIS

En este punto se realiza un compendio de los contenidos de cada capítulo que forman parte de esta tesis.

En el capítulo 1 se define el problema, se especifican los sistemas que serán estudiados en esta tesis y se enumeran los objetivos de este trabajo. Además se presentan la hipótesis principales.

En el capítulo 2 se desarrolla el estado del arte, que consta en su primera parte de una revisión de todos los sistemas de reducción de vibraciones, tanto de los sistemas de control de vibraciones como los sistemas de aislación. Posteriormente con más énfasis se realiza una descripción de los sistemas pasivos de control de vibraciones, sus parámetros de diseño, mencionando las investigaciones que se detallan en la literatura especializada en los últimos años. Se especifican también las causas de desconfort humano.

Seguidamente en el tercer capítulo se presenta el modelo físico de estructura que se utilizará en el análisis dinámico de las estructuras. En el mismo se describen las cargas dinámicas: viento y sismo, planteando toda su formulación, principalmente en el caso del viento.

En el capítulo 4 se plantean las ecuaciones de movimiento para el Amortiguador de masa sintonizado sometido a carga de viento y sísmica; y para el Amortiguador de líquido sintonizado bajo carga de viento.

En el capítulo 5 se describe la herramienta computacional, la programación de los AMS y ALS, su incorporación a un programa computacional de análisis dinámico, los archivos de datos y de salida.

En el capítulo 6 se plantean los ejemplos, un edificio y dos chimeneas, que se estudiaron con AMS, bajo carga de viento y sismo, y ALS, bajo carga de viento. Asimismo se realiza un estudio de los parámetros óptimos del amortiguador de masa sintonizado sometido a carga de viento.

En el capítulo 7 se analizan los resultados obtenidos en los capítulos precedentes, obteniéndose las conclusiones correspondientes. Se sugieren los estudios futuros sobre el tema para dar continuidad a la tarea iniciada.

## 1.5. NOTACION

En este trabajo las matrices se indicarán en negrita y letras mayúsculas, mientras que los vectores se notarán en negrita y letra minúscula.

Por otro lado, toda la bibliografía mencionada en esta tesis se indica con el nombre del autor y año de su publicación. En el final de este trabajo se encuentra ordenada alfabéticamente.

# CAPÍTULO 2

## REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

### 2.1. INTRODUCCIÓN

Los edificios modernos y las torres tienden a ser muy livianos y delgados, por lo tanto poseen un amortiguamiento natural muy pequeño, lo que los hace más propensos a las oscilaciones del viento y los sismos. Dichas oscilaciones pueden causar daño a la estructura, afectar su funcionalidad y/o causar incomodidad. Una solución planteada para reducir el riesgo estructural de experimentar excesivas deformaciones o aceleraciones es la disipación de energía vibracional en los amortiguadores estructurales. Por lo tanto, para tener el mismo nivel de seguridad, se requiere una ductilidad menor. En particular, los sistemas de aislación estructural se pueden diseñar esencialmente para limitar el comportamiento no lineal de los elementos de aislación, con lo cual imponen una demanda de ductilidad muy pequeña o nula sobre la estructura misma. En edificios muy altos (más de 70 m) o estructuras con bajo amortiguamiento (estructuras metálicas), los sistemas de aislación y control de vibraciones adquieren una gran importancia, más aún si están ubicados en zona sísmica. El control de vibraciones en zonas

sísmicas no se limita sólo a edificios esbeltos, sino a todas las estructuras que necesariamente deben funcionar después de un sismo severo.

Los sistemas de reducción de vibraciones se pueden dividir en dos grandes grupos:

- 1-Sistemas de aislación
- 2-Sistemas de control de vibraciones

En la figura 2.1 se muestran los subgrupos de cada clasificación respectivamente. Este cuadro se construyó sobre la base de la clasificación propuesta por *Kumagai Gumi Co. (1991)*, la cual fue ampliada para incluir todos los sistemas de reducción de vibraciones existentes en la literatura disponible.

Como se sabe, los movimientos horizontales del suelo en un sismo producen deformaciones que causan daño al edificio, si fuera posible “sostener” el edificio y permitir que los movimientos pasen por debajo, de esta forma el daño sería reducido en gran medida. Esta es la idea de los inventores de los sistemas de aislación. El sistema de aislación de la base reduce la energía que recibe el edificio durante los sismos. El concepto principal en la aislación de la base es reducir la frecuencia fundamental de la vibración estructural a un valor más bajo que las frecuencias que contiene la energía predominante de los movimientos sísmicos. El otro objetivo de los sistemas de aislación es proporcionar un medio para la disipación de energía, reduciendo así la aceleración transmitida a la superestructura.

Los *apoyos de goma laminada con capas de acero* transmiten las cargas verticales del edificio y absorben la energía sísmica, además de evitar las vibraciones producidas por el viento. El propósito de las capas de acero es acotar los desplazamientos verticales de la goma. El amortiguador en conjunto son láminas de acero que se intercalan entre las láminas de goma. Se muestra un aislador de esta clase en la figura 2.2. (*Jangid et. al. (1995)* )

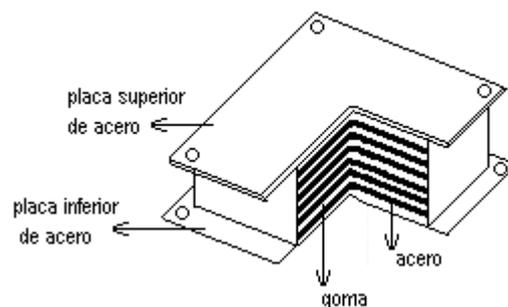


Figura 2.2: Apoyo de goma laminada con capas de acero

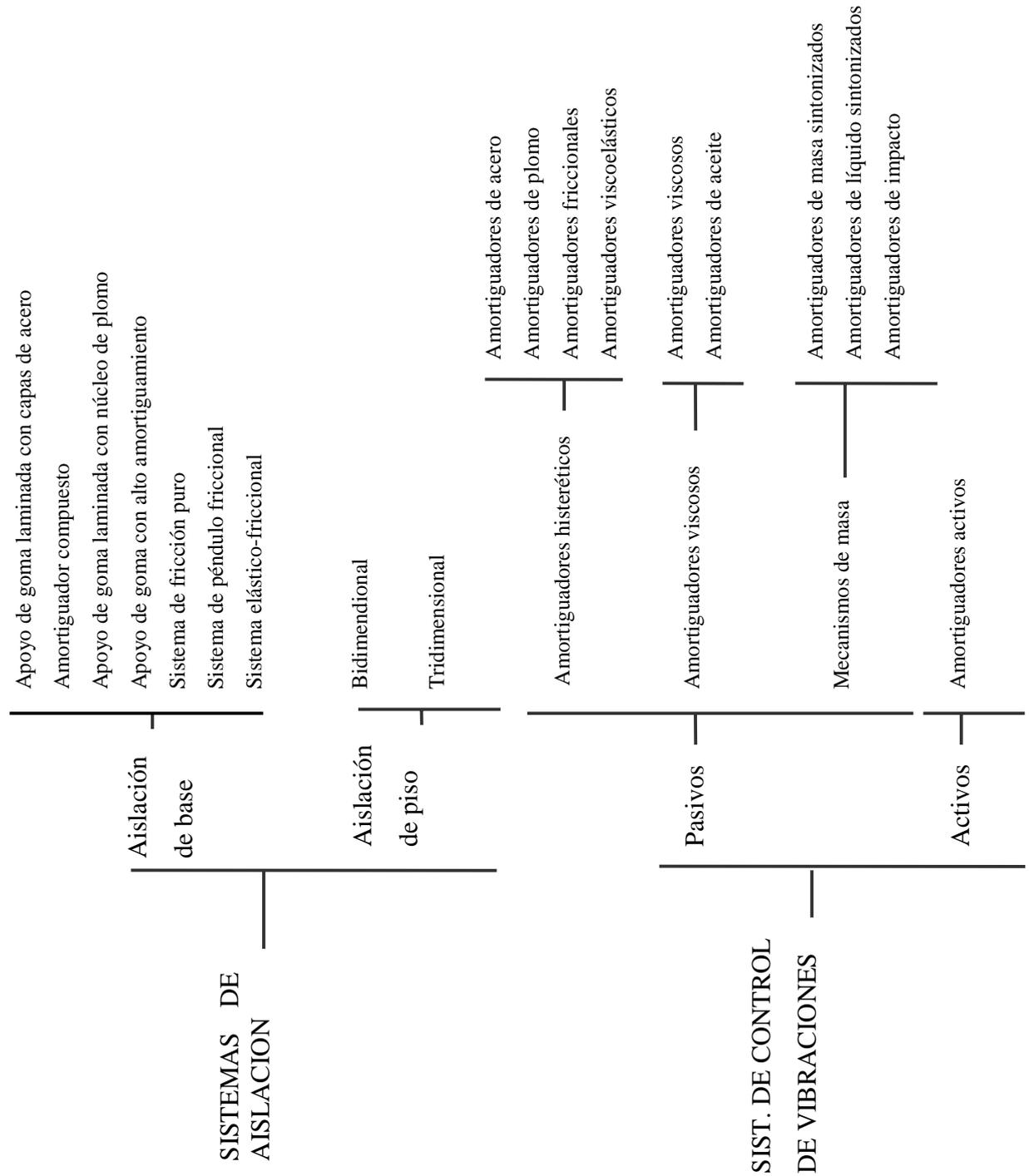


Figura 2.1: Sistemas de reducción de vibraciones

Los *amortiguadores compuestos* se componen de amortiguadores viscoelásticos y de acero, son adecuados para evitar las vibraciones producidas por el tránsito vehicular, que tienen la característica de ser de alta frecuencia. El comportamiento de un material es viscoelástico si acumula elásticamente parte de la energía de deformación como energía potencial y disipa el resto a través de fuerzas viscosas. (Jangid *et. al.* (1995) )

Otra forma de producir el mismo efecto que las láminas de acero es con un núcleo de plomo, que además proporciona una disipación de energía adicional, estos *apoyos de goma laminada con núcleo de plomo* también se llaman sistemas de goma Nueva Zelandia como se muestra en la figura 2.3. (Jangid *et. al.* (1995) ).

Los *apoyos de goma con alto amortiguamiento* no necesitan de capas de acero debido a sus características de alto amortiguamiento. El material de este aislador sigue siendo goma que contiene adiciones y un tratamiento especial.

Los *sistemas de fricción puros* se basan esencialmente en los mecanismos de deslizamiento friccional. La fuerza horizontal friccional ofrece la resistencia al movimiento y disipa la energía. El uso de capas de arena o rodillos en las fundaciones de los edificios es el más simple ejemplo de fricción pura para aislación de la base.

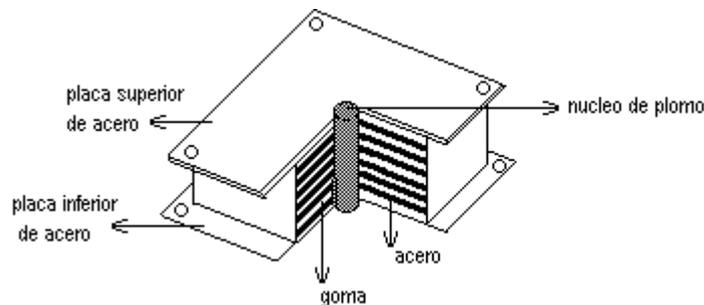


Figura 2.3: Apoyos de goma laminada con núcleo de plomo

El *sistema del péndulo de fricción* usa la gravedad y su geometría para alcanzar la aislación sísmica deseada. Una vista y un corte del mismo se muestran en la Figura 2.4.

Los *sistemas elásticos-friccionales* consisten en capas concéntricas de placas de teflón que están en contacto friccional unas con otras, y poseen un núcleo central de goma. Combinan el efecto de amortiguamiento friccional con la elasticidad de la goma. El núcleo de goma distribuye los desplazamientos y velocidades en toda la altura del amortiguador.

*Su et. al.* (1990) realizaron un estudio comparativo de los diferentes sistemas de aislación de base, bajo 5 sismos de características diferentes, concluyendo que todos los sistemas

analizados son adecuados para atenuar las aceleraciones del suelo y la deformación estructural. Los picos de aceleración son más bajos para los sistemas de apoyos de goma laminada con capas de acero y los sistemas de apoyos de goma laminada con núcleo de plomo, mientras que el desplazamiento de la base es más bajo para los sistemas de fricción puros. La presencia de elementos friccionales en los sistemas de aislación permiten un desempeño menos sensible a los cambios de frecuencias e intensidad de las excitaciones sísmicas.

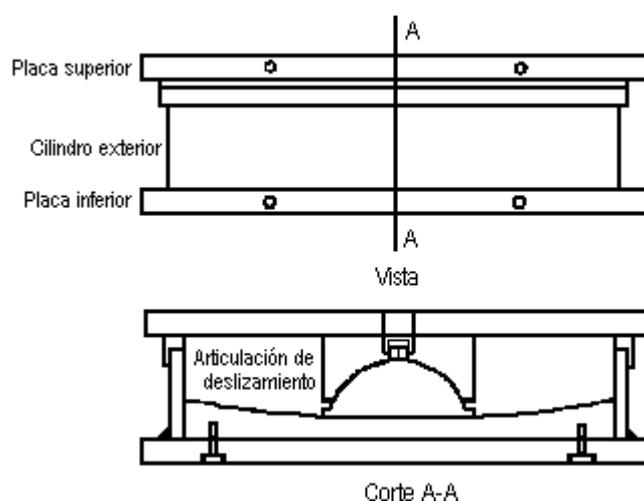


Figura 2.4: Péndulo de fricción

En el trabajo de *Kelly (1986)* se halla una recopilación bibliográfica cronológica de la mayoría de los trabajos publicados sobre aislación sísmica desde 1909 hasta 1984.

Los *pisos aislantes* se utilizan cuando se desea aislar sólo una parte del edificio y su principal ventaja es su menor costo con respecto a los aisladores de base. Estos sistemas se usan para aislar máquinas, computadoras y instrumental de precisión durante sismos menores. Un modelo de piso aislante tridimensional fue desarrollado por la empresa *Kumagai Gumi CO., LTD (1991)*.

Una de las desventajas de las aislaciones de base es que, en la mayoría de los casos, deben ejecutarse antes de la construcción del edificio, mientras que los sistemas de control de vibraciones se pueden colocar después si se dan las condiciones de espacio necesarias para su instalación.

En los sistemas de control de vibración, la diferencia principal entre los sistemas activos y pasivos es que los primeros necesitan energía eléctrica externa para comenzar a funcionar. La clasificación de los sistemas pasivos es la propuesta por *Tamura.et.al. (1996)*.

Los *amortiguadores histeréticos* utilizan las características de amortiguamiento histerético de los materiales y sistemas. Son los *amortiguadores de acero, amortiguadores de*

plomo, amortiguadores friccionales y los amortiguadores viscoelásticos. En la Figura 2.5 se muestra un amortiguador viscoelástico y en la figura 2.6 un disipador metálico llamado ADAS, que consiste en un conjunto de placas paralelas y de forma ahusada de modo que la fluencia sea uniforme en toda su altura. Otro ejemplo puede ser el dispositivo TADAS que se muestra en la Figura 2.7 (*De la Llera et. al. (1998)*). Una modelación de amortiguadores viscoelásticos para carga sísmica fue propuesta por *Horr et. al. (1996)* y para viento y sismo por *Samali et. al. (1995)*.

*Kurokawa et. al. (1998)* presentan un método de diseño en el que se aplican disipadores de energía (amortiguadores elastoplásticos) para estructuras de forma especial en la que los efectos torsionales provocados por la carga sísmica deben ser considerados

Por otra parte se encuentran los *amortiguadores viscosos* que son *los amortiguadores viscosos propiamente dichos y los amortiguadores de aceite*. Los amortiguadores de aceite consisten en una bolilla de acero dentro de una cubeta con aceite y disipan la energía a través del impacto de las bolillas con las paredes de la cubeta y el movimiento viscoso de la bolilla en el aceite. *Koss et. al. (1994)* realizaron estudios experimentales con diferentes tipos de cubetas, aceites con distinta viscosidad y bolillas de tamaños distintos para hallar los parámetros óptimos. *Smith et.al. (1995)* efectuaron estudios experimentales y con los resultados obtenidos, efectuaron un análisis de regresión múltiple para obtener relaciones entre el decremento logarítmico de la respuesta y las variables independientes.

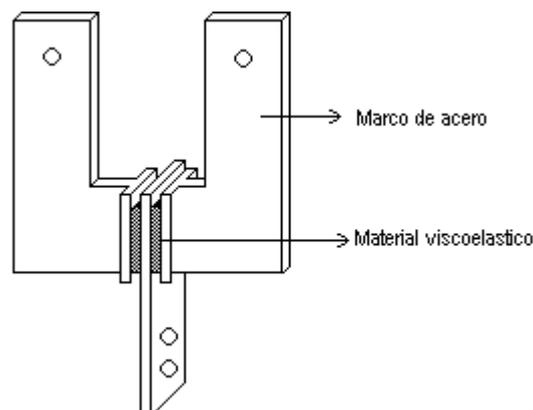


Figura 2.5: Amortiguador viscoelástico

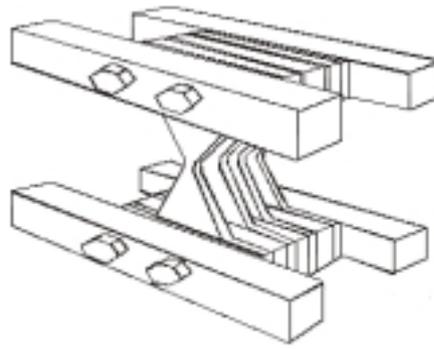


Figura 2.6: Disipador friccional ADAS

Dentro de los mecanismos de masa se encuentran los amortiguadores de masa sintonizados (AMS) y los amortiguadores de líquido sintonizados (ALS) y sus subgrupos, como los múltiples amortiguadores de masa sintonizados (MAMS) y los amortiguadores de columna de líquido sintonizados (ACLS). Este tipo de sistemas se describirán en detalle en el punto 2.2 y 2.3, debido a que son los disipadores que se estudiarán en esta tesis. En este grupo también podríamos mencionar los amortiguadores de impacto (cadenas colgantes). Un amortiguador de cadenas colgantes consiste en una cadena que cuelga desde la parte superior de la estructura que esta vibrando y cuando la estructura se mueve, se incrementa la amplitud del movimiento del extremo libre de la cadena. Si la amplitud es suficientemente grande se produce un impacto entre la cadena y la estructura y si la cadena esta dentro de un cilindro, de un determinado diámetro, se puede producir más de un impacto por ciclo. Los mecanismos de disipación de energía son dos: la pérdida de energía debida al impacto inelástico de las cadenas contra las paredes de cilindro y la fricción interna entre los eslabones de las cadenas de goma. En la Figura 2.8 ( *Koss et. al. (1995)* ) se observa un esquema de este dispositivo. *Ogawa et. al. (1997)* estudiaron analíticamente y experimentalmente en el túnel de viento la estabilidad aerodinámica de la pila de un puente colgante, correspondiendo el modelo al puente Fuchu Lake Bridge en la que se colocó un amortiguador de impacto.

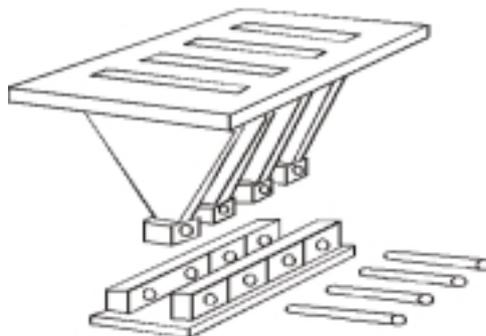


Figura 2.7: Dispositivo TADAS

Existen otros amortiguadores que no son ni pasivos, ni activos son los llamados *semiactivos o híbridos*, que poseen los beneficios de los sistemas activos optimizados, pero no necesitan energía externa para comenzar a funcionar. Un ejemplo es el sistema instalado en el edificio Sendagaya INTES en Tokio en el año 1991, que consiste en un AMS instalado en el onceavo piso con actuadores hidráulicos que proporcionan el control activo. *Abe (1996)* presenta un algoritmo de control para un AMS semiactivo sometido a carga sísmica y compara su eficiencia mediante la simulación numérica con un AMS pasivo. *Yan et. al. (1998)* estudian un AMS activo - pasivo para el control de vibraciones de una torre de un grado de libertad sometida a excitaciones de viento longitudinal.

Los *amortiguadores activos* son diseñados de tal manera de eliminar la fuerza exterior aplicada, lo cual no siempre es posible. Para lograr lo mencionado anteriormente se colocan al edificio sensores, siendo su ubicación y cantidad un tema de estudio, que mandan señales a un procesador que calcula la fuerza que deben aplicar los gatos hidráulicos y manda la orden para su activación. Es muy difícil predecir, por ejemplo, la fuerza exterior producida por el viento y aplicar en tiempo real la fuerza para reducir los efectos de esa carga exterior. Hay en el mundo aplicaciones de amortiguadores activos, pero en menor proporción que los sistemas pasivos. Dentro de este tema se puede mencionar los trabajos de *Kubo et. al. (1993)*, *Loh et. al (1996)*, *Kubo et.al. (1996)* y *Buhr et.al. (1997)*.

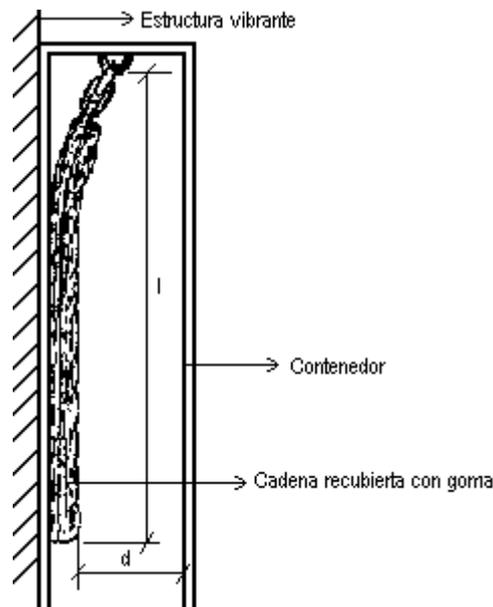


Figura 2.8: Cadenas colgantes

La clasificación propuesta anteriormente proporciona una idea global de todos los sistemas de aislamiento y control de vibraciones; y la ubicación del AMS y ALS en dicha clasificación. La cantidad de sistemas propuestos y/o patentados en el mundo es tan grande, pudiendo tener diferentes nombres y siglas, que sería imposible colocarlos a todos en una clasificación sistemática, por lo tanto se mencionaron en la Figura 2.1. solamente las divisiones más importantes.

*Tamura (1997)* proporciona una lista de la cantidad de sistemas de control de vibración colocados en Japón hasta 1997, que de muestra en la Tabla 2.1.

<b>Tipo de amortiguador</b>	<b>Cantidad de edificios</b>
Amortiguador de acero	24
Amortiguador de plomo	3
Amortiguador Visco-elástico	3
Amortiguador Viscoso	7
Amortiguadores de aceite	6
Amortiguador de masa sintonizado	12
Amortiguador de líquido sintonizado	11
Amortiguador de masa activo	7
Amortiguador de masa híbrido	18

Tabla 2.1: Estructuras con sistemas de control de vibraciones en Japón

## **2.2. AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADOS (AMS)**

### **2.2.1. Principio de funcionamiento**

La verificación analítica y experimental de la transferencia de energía de un sistema principal excitado externamente a otro sistema secundario no excitado, acoplado al primero, dio

origen a los AMS (*Den Hartog (1965)*). El amortiguador de masa sintonizado (AMS) es una herramienta ingenieril clásica consistente en una masa, un resorte y un amortiguador viscoso colocados en el sistema vibrante principal para atenuar la vibración no deseada a una frecuencia determinada. La frecuencia natural del amortiguador se *sintoniza* cerca de la frecuencia natural del sistema principal provocando que el amortiguador vibre en resonancia, disipando la energía absorbida a través de los mecanismos de amortiguamiento del AMS. Los parámetros de diseño del AMS que se deben hallar para lograr la máxima eficiencia del mismo, son la relación de frecuencia (frecuencia del amortiguador/frecuencia de la estructura), la relación de amortiguamiento y la relación de masa (masa AMS/masa de la estructura). En la figura 2.9 se observa la modelación de una estructura de un grado de libertad con un amortiguador de masa sintonizado.

Los criterios de optimización de los parámetros son:

- Desplazamiento mínimo de la estructura principal (para la seguridad estructural)
- Rigidez dinámica máxima de la estructura principal
- Criterio mixto: para la frecuencia de sintonización el criterio de desplazamiento mínimo y para la relación de amortiguamiento de AMS el criterio de amortiguamiento máximo efectivo.
- Mínima trayectoria de la masa amortiguada con respecto a la estructura principal.
- Mínima velocidad de la estructura principal.
- Mínima aceleración de la estructura principal (para asegurar el confort y funcionalidad).

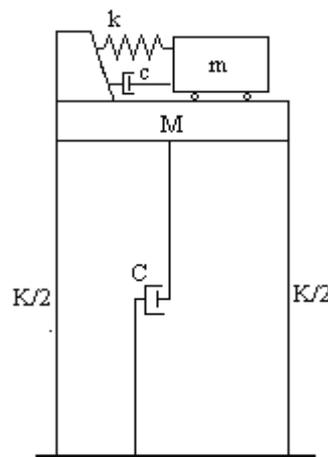


Figura 2.9: Modelo estructura-AMS.

Los AMS sólo pueden ser sintonizados a una sola frecuencia estructural. Como es de esperarse, para sistemas de  $n$  grados de libertad, la efectividad es mayor cuando la estructura

oscila alrededor de un modo predominante. Puede ocurrir que los desplazamientos correspondientes al primer modo de la respuesta se reduzcan considerablemente, mientras que los desplazamientos de los modos altos se incrementen cuando el número de pisos aumenta. Esta dificultad se soluciona colocando varios AMS que cubren una banda de frecuencias (MAMS). Generalmente el costo del AMS es aproximadamente el 1% del costo de construcción del edificio.

### 2.2.2. Configuraciones de los AMS

Los AMS instalados en edificios pueden ser de diferentes formas. En la figura 2.10 se muestran las implementaciones más usuales.

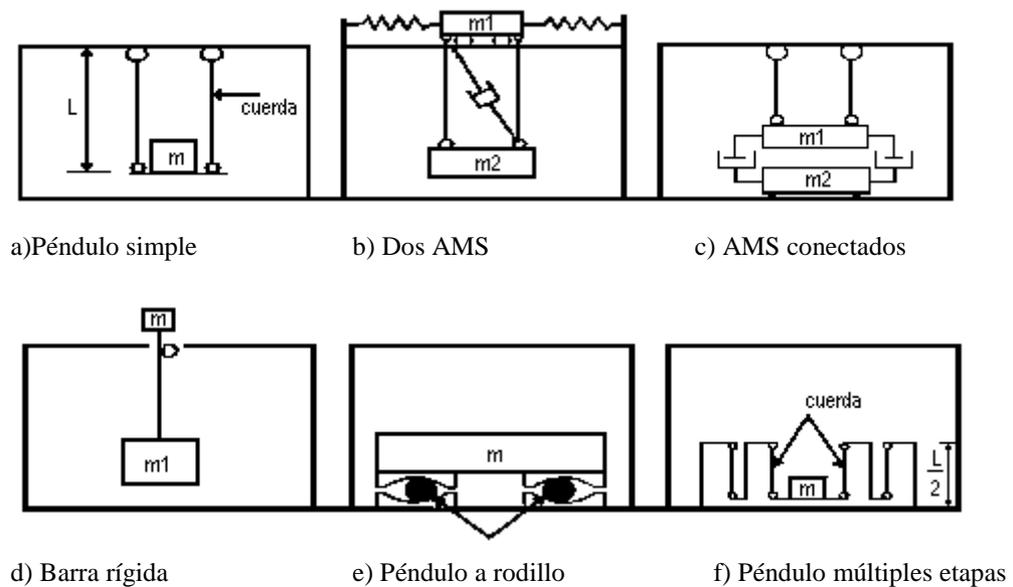


Figura 2.10: Configuraciones de AMS

En el caso a) es un simple péndulo, cuyo período de vibración depende solo del largo de mismo, siendo su principal desventaja el gran espacio requerido para su instalación. En el caso b), c), y d) la cuerda del péndulo es una barra rígida y se utilizan dos masas, una de las cuales esta apoyada en el piso. Cuando hay limitaciones de espacio se puede utilizar un amortiguador de péndulo de rodillo, propuesto por la empresa Okumura Co (caso d). Otra solución es el péndulo múltiples etapas como el mostrado en la figura e), que reduce el espacio vertical necesario a la mitad. (Soong et. al. (1997) ).

*Enelvoldsen et. al. (1993)* estudiaron la efectividad de la aplicación de los AMS en torres de turbinas de energía eólica, siendo esta aplicación otro uso de los AMS. Los AMS también podrían ser colocados en los puentes para disminuir la velocidad crítica “flutter” del viento, como lo demuestran *Gu. et. al (1997)*.

*Kareem (1997)* analiza la aplicación de los AMS, ubicados en la parte superior, inferior o en ambos, en un edificio con base aislada sometido a carga de viento. Una conclusión obtenida por este investigador es que al aumentar la altura se incrementa la efectividad de los AMS en un edificio con base aislada.

### 2.2.3. Métodos de cálculo de los parámetros de los AMS

Se presentan a continuación, las expresiones para los parámetros óptimos de los AMS determinadas por Warburton (*De Souza Cabral (1996)* ) para una excitación de ruido blanco de un sistema principal no amortiguado de un grado de libertad, asumiendo como criterio de optimización la minimización del desplazamiento.

$$f_{opt} = \frac{\sqrt{1+\frac{\mu}{2}}}{1+\mu} \quad (2.1)$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{\mu(1 + \frac{3\mu}{4})}{4(1+\mu)(1 + \frac{\mu}{2})}} \quad (2.2)$$

Donde  $f_{opt}$  es el cociente de frecuencias entre la frecuencia del AMS y la frecuencia de la estructura,  $\mu$  es la relación de masa (masa del AMS/masa de la estructura) y  $\zeta_{opt}$  es la relación de amortiguamiento del AMS.

*Luft (1979)* halla los parámetros óptimos para un sistema principal amortiguado y un AMS sin amortiguamiento sometido a una excitación de ruido blanco. Siendo

$$f_{opt} = \sqrt{\frac{1}{1 + 1,5\mu}} \quad (2.3)$$

$$\zeta_{opt} = \sqrt{\frac{\mu}{4} (1 - 0,75\mu)} \quad (2.4)$$

Teniendo  $f_{opt}$ ,  $\mu$  y  $\zeta_{opt}$  el mismo significado que en el caso anterior.

Para cargas de viento(modeladas como ruido blanco), Wiesner (*Soong et. al. (1997)* ) halló la solución para sistemas amortiguados, que se muestra en la figura 2.11.

Siendo  $r_f$  el cociente de frecuencias entre la frecuencia del AMS y la frecuencia de la estructura y  $\zeta_e$  es la relación de amortiguamiento del AMS.

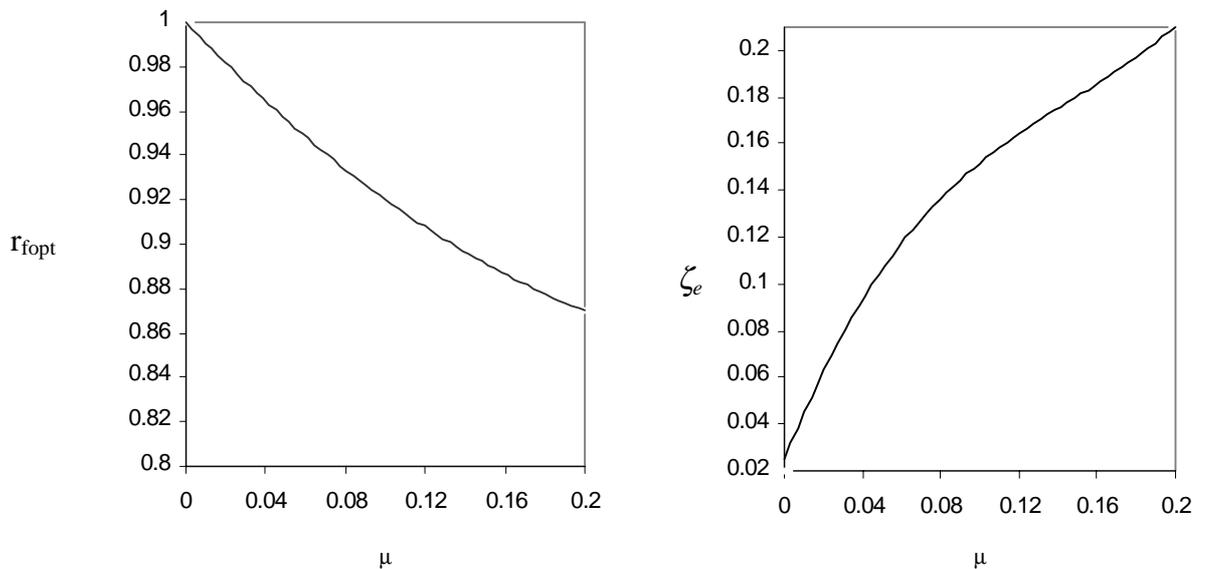


Figura 2.11:  $R_{fopt}$  y  $\zeta_{opt}$ , según Wiesner

*Jensen et. al. (1992)* estudiaron como afecta la incertidumbre de los parámetros de sistema principal en la efectividad del AMS para una carga aleatoria de ruido blanco. Las propiedades del sistema principal se modelan como variables aleatorias, independientes del tiempo, y se comparan los parámetros óptimos del AMS hallados para el caso de propiedades determinísticas del sistema principal. El sistema principal y el AMS se idealizan como sistemas de un grado de libertad. Usaron la técnica de optimización de Lemaréchal para obtener los parámetros  $\zeta_2$ (relación de amortiguamiento del AMS) y  $f$  (cociente entre la frecuencia del amortiguador y la frecuencia del sistema principal) para distintos valores de  $\mu$  y  $\zeta_1$ (relación de amortiguamiento del sistema principal). Este procedimiento se llama *sintonización determinística*. Se observa que incrementando  $\mu$ , decrece  $f$ , alejándose de la frecuencia natural del AMS. La relación de amortiguamiento  $\zeta_2$  no se ve afectada por la variación de la relación de amortiguamiento del sistema principal. Se observa que la reducción en el nivel de vibración para

el caso de  $\zeta_1 = 0.1$  es muy pequeña. Para valores de  $\mu$  superiores a 0.1, la reducción en la respuesta es sólo del 21%. La *sintonización probabilística* es otro procedimiento para hallar los parámetros de diseño que se utiliza cuando existe incertidumbre en los valores de los parámetros del sistema principal. Para bajos y moderados coeficientes de variación, los parámetros inciertos tienen poco efecto sobre la eficiencia y los parámetros óptimos del AMS. Se consideraron los efectos de la incertidumbre con alto coeficiente de variación y se determinó que el uso del AMS no se justifica para la reducción de las vibraciones. Esto indica que para que el AMS sea eficiente se debe conocer las propiedades dinámicas de la estructura con bastante exactitud. Esto es especialmente cierto cuando la masa del AMS es muy pequeña con respecto al sistema principal. Compararon la variación de los parámetros individualmente observando que la relación de amortiguamiento tiene poca influencia sobre la eficiencia del AMS, mientras que la incertidumbre de la rigidez tiene una influencia importante sobre la eficiencia del AMS. Los investigadores concluyen que la sintonización probabilística debería ser usada en lugar de la determinística si hay una significativa incertidumbre en los parámetros del sistema principal.

*Xu et. al. (1994)* proponen un método semi-analítico para el cálculo de los parámetros del AMS basados en las mediciones de la respuesta en el túnel de viento de edificios altos. Compara las respuestas obtenidas con el modelo experimental, el método semi-analítico y el método convencional (excitación de ruido blanco), concluyendo que el uso la excitación de ruido blanco en vez de las excitaciones de viento reales sobrestiman la efectividad del amortiguador de masa sintonizado.

Otros investigadores han hallado diferentes soluciones para dichos parámetros pero considerando cargas armónicas y/o de sismo. Mencionaremos en los párrafos siguientes los casos estudiados por dichos investigadores.

*Den Hartog (1956)* demostró que para sistemas de un grado de libertad no amortiguados, la amplitud de vibración del sistema excitado es nula cuando la frecuencia de excitación es igual a la frecuencia del AMS, indicando que toda la energía del sistema fue transferida al AMS.

Ioi and Ikeda (*Soong et. al. (1997)* ) desarrollaron fórmulas empíricas para la corrección de los parámetros óptimos, obtenidos por Den Hartog, para cuando el sistema principal posee poco amortiguamiento.

*Sadek et. al. (1997)* basándose en la igualación de los amortiguamientos del primer y tercer modo de vibración, proporciona los parámetros óptimos de relación de frecuencia y relación de amortiguamiento  $\zeta$  en función de la relación de masa para 3 diferentes relaciones de amortiguamiento entre el sistema principal y el AMS, sujetos a carga sísmica.

*Rana et. al. (1998)* hacen un estudio paramétrico de los efectos de desintonización para cargas armónicas y dos sismos puntuales.

*Abé et. al. (1995)* usando el método de perturbación, analizan la efectividad de los AMS para estructuras con frecuencias naturales poco espaciadas y muy espaciadas bajo carga armónica.

*Warburton et. al. (1980)* estudia la aplicación de un amortiguador de vibración, que contiene una masa, un resorte y un amortiguador, para placas y cascaras amortiguadas sometidas a carga armónica.

#### 2.2.4. Múltiples amortiguadores de masa sintonizados (MAMS)

Los MAMS consisten en un gran número de pequeños osciladores con frecuencias naturales distribuidas alrededor de la frecuencia natural del modo principal de la estructura. Una de las desventajas de los AMS es su sensibilidad a un error en la frecuencia natural de la estructura y/o la relación de amortiguamiento del AMS, disminuyendo su efectividad. Para disminuir este problema, se propuso la utilización de más de un AMS con diferentes características dinámicas para mejorar la robustez, y ser menos afectada la eficiencia por las incertidumbres del sistema principal o del AMS.

*Abe et. al. (1994)* estudiaron la eficiencia de los MAMS en un modelo de estructura de un grado de libertad, bajo cargas armónicas. Muestran que el efecto de sintonizado múltiple se puede alcanzar cuando el ancho de banda de la frecuencia de los AMS excede un determinado valor, llamado ancho de banda crítico, que se obtiene con la técnica de perturbación. Además demuestran el buen desempeño de los MAMS para frecuencias distintas a la de la estructura.

*Jangid (1995)* estudia el comportamiento de los MAMS en un sistema principal de un grado de libertad, sometidos a una “excitación base” modelada como un proceso aleatorio estacionario de ancho de banda especificado por una función de densidad espectral especificada. Define una relación de respuesta  $R$  como el cociente entre el desplazamiento cuadrático medio del sistema principal con MAMS y sin MAMS, para estudiar la variación de los diferentes parámetros. Observa los siguientes puntos:

-cuando el número de MAMS se incrementa, se incrementa la efectividad de los MAMS hasta un cierto valor de  $n$ .

-los MAMS son más sensibles a la variación de la relación de masa de  $\mu$  que los AMS, siendo su valor óptimo entre el 2% y 3%.

-el espaciamiento de las frecuencias de los MAMS, calculado como  $\beta = \frac{\omega_n - \omega_1}{\omega_i}$  (siendo  $\omega_i$  el promedio de las frecuencias), influye significativamente sobre la efectividad, siendo sus valores óptimos entre el 0.1 y 0.2

Se observa que  $R$  permanece casi invariable para un ancho de frecuencias del sistema principal donde son efectivos los MAMS. Si ocurriera un error del 5% en la estimación de la frecuencia del sistema principal, en más o menos, los MAMS aún serían efectivos.

Se consideró diferentes distribuciones alrededor de la frecuencia media, dos parabólicas diferentes y una uniforme, observando que la uniforme es la más adecuada. La efectividad del MAMS se reduce para frecuencias de excitación bajas. ( $\frac{\omega_{excitación}}{\omega_{estructura}} < 1$ )

*Kareem et. al. (1995)*, estudian los MAMS ubicados en paralelo con la estructura principal de un grado de libertad bajo excitaciones de banda ancha y angosta. Analiza el efecto del número de amortiguadores, una distribución de masas no uniforme y espaciamiento de frecuencias no uniforme.

## 2.2.5. Implementaciones estructurales

A continuación se detallan 2 ejemplos de estructuras civiles en las que se colocaron AMS para ejemplificar su eficiencia.

1) **Chimeneas de acero.** En la ciudad de Kimitsu en Japón, en el año 1980 se construyeron 2 chimeneas de acero iguales de 120 m de altura con un diámetro de 9 m en la base y 3.8 m en el extremo superior. Están ubicadas a 200 m de distancia una de la otra. En una de las chimeneas se instaló un AMS tipo péndulo de forma circular de 5000 Kg de peso para suprimir la oscilación del viento. Durante un período de tiempo, se observó las amplitudes de vibración en ambas chimeneas. La máxima amplitud medida en la chimenea sin AMS fue de 22 cm, mientras que en la que poseía un AMS fue de 2.7 cm. Demostrada la utilidad del AMS, se instaló en la otra chimenea. (*Soong et. al. (1997)*)

2) **Torre Crystal.** Este edificio está ubicado en Osaka, Japón. Es una estructura de 157 m de altura con una planta de sección rectangular de 28 m x 67 m, con las bases de

hormigón reforzado y la estructura sobre el nivel de piso de acero. El peso total del edificio es de 44000 ton. El período fundamental del edificio en la dirección norte-sur es de 4.7 seg y en la dirección este-oeste de 4.3 seg. El amortiguador instalado es un AMS de tipo pendular, que posee diferentes masas en las 2 direcciones. Un dato importante es que las masas de los péndulos son los tanques del sistema de acondicionamiento ambiental que posee el edificio. Se observó para un tifón en particular una buena correlación entre los desplazamientos simulados y medidos, reduciéndose la respuesta de lo simulado sin AMS. (*Nagase et. al. (1992)* )

## 2.3. AMORTIGUADORES DE LÍQUIDO SINTONIZADOS (ALS)

### 2.3.1. Principio de funcionamiento

El ALS (amortiguador de líquido sintonizado) es, en el caso más general, un tanque que contiene líquido, que en muchos casos es agua que, como el AMS debe ser sintonizado para que absorba las vibraciones y disipe energía. Esta idea nació para disminuir las vibraciones de los barcos y se empezó a aplicar a mediados de 1980 para edificios. Los ALS absorben la energía de la vibración por el movimiento oscilante del líquido contenido en el recipiente y la disipan a través de la fricción intrínseca del líquido y la fricción con la superficie de las paredes. Se ha utilizado para aumentar la disipación de energía piezas cilíndricas de polietileno que flotan en el líquido. El comportamiento de los ALS es altamente no lineal debido al movimiento del fluido, cuando se produce el “rompimiento” de las olas. Su estudio involucra el conocimiento de la respuesta de capas de fluido oscilantes sujetas a excitaciones horizontales. La frecuencia del ALS, que se ajusta con la altura del agua y la dimensión de los recipientes, *se sintoniza* con la frecuencia natural del edificio. En la figura 2.12 se observa un modelo de una estructura con un ALS.

Si el viento tiene una dirección predominante es adecuado el uso de ALS rectangulares con el lado mayor en la dirección del viento, sino conviene el uso de recipientes circulares (*Sun et. al. (1995)* ). También dentro de este grupo podemos citar los ACLS (amortiguadores de columna de líquido sintonizados), que pueden tener forma de V o U, sección horizontal diferente a la vertical y en algunos casos una placa transversal con orificios ubicada en

la sección horizontal que proporciona el amortiguamiento necesario. Los ALS son utilizados principalmente para disminuir las vibraciones producidas por el viento en estructuras muy altas. Sus ventajas son: su bajo costo inicial, que no necesita ningún mecanismo de activación y el bajo mantenimiento requerido. La cantidad de recipientes, sus dimensiones, números de capas, la altura del líquido cambian enormemente de acuerdo al edificio que se analice. Los ALS no sólo se utilizan para edificios de viviendas o hoteles, sino también para torres de control de los aeropuertos y observatorios.

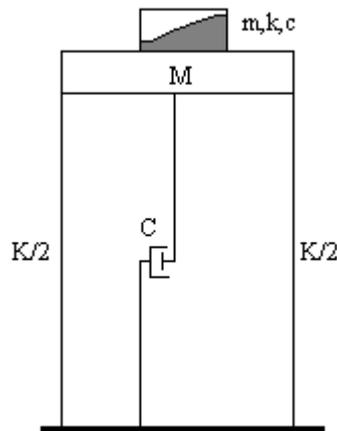


Figura 2.12: Modelo de estructura-ALS

### 2.3.2. Investigaciones precedentes

*Gao et. al. (1997)* estudiaron los ACLS para cargas armónicas con un método numérico que tiene en cuenta la no linealidad, llegando a la conclusión que los ACLS de forma V tienen una capacidad superior para disminuir las vibraciones que los ACLS de forma U.

*Reed et. al. (1998 a y b)* analizaron el comportamiento de los ALS a través de la investigación experimental y la modelación numérica. Presentan los resultados experimentales realizados en la mesa vibradora para un amplio rango de frecuencias y amplitudes. El comportamiento del líquido se modela numéricamente. Plantea la ecuación de movimiento considerando solamente la fuerza de presión hidrostática, además de la fuerza de excitación, y despreciando la fuerza de inercia debida a la aceleración vertical del líquido en las paredes y la fuerza friccional a lo largo del fondo del tanque. Adopta la teoría de oscilación de ondas para el

análisis del movimiento del agua del ALS. En los estudios experimentales ensaya distintas dimensiones de tanques y alturas de agua bajo excitaciones sinusoidales de pequeñas y grandes amplitudes. Midieron los desplazamientos de la mesa vibradora, las fuerzas de oscilación en la dirección X e Y, la variación temporal de la altura del líquido en el extremo y el medio de tanque y grabaron en un video el movimiento de la ola. De los ensayos observaron que a una relación de frecuencia de excitación  $\beta$  (frecuencia de excitación/ frecuencia fundamental del movimiento del líquido) de 0.7, se producen olas uniformes y pequeñas y entre 1 y 1.2 se producen grandes olas y el rompimiento de las mismas. También se observa un decrecimiento dramático de las olas para un  $\beta=1.4$ . Las olas rompen en un ancho rango de frecuencias, cuando la inclinación en el movimiento oblicuo de las olas es grande. Cuando más grande es la amplitud del movimiento, el rompimiento se produce a relaciones de frecuencias más grandes, siempre mayores que la unidad. Esto indica el complejo comportamiento de las olas asociado a sus características fuertemente no lineales. Analizaron la fuerza de corte en la base en relación a  $\beta$  incluyendo sólo el modo fundamental de la oscilación de agua y en otro caso todos los modos, observando que a medida que aumenta  $\beta$  hay una mayor diferencia entre los 2 casos, mientras la disipación de energía (área encerrada por la curva) tiene solamente una diferencia de 2%. En el análisis en el dominio de la frecuencia, se puede observar que, a medida que aumenta la altura de la ola, se aproxima la frecuencia de excitación a la frecuencia natural del ALS. Sin embargo, el máximo se produce a una frecuencia de excitación mucho más alta que la frecuencia natural del tanque. Finalmente, realizaron una serie de simulaciones numéricas usando el método de selección aleatoria para resolver las ecuaciones del movimiento del agua. Este método predice satisfactoriamente el período y la amplitud de las olas, aún cuando ocurre el rompimiento de las mismas. El modelo numérico predice en exceso las fuerzas de corte, lo cual se debe a la exclusión de las fuerzas de inercia.

*Hongnan et. al. (1997)* estudiaron el caso de una estructura de un tanque de almacenamiento de agua bajo la acción sísmica, en la cual el líquido almacenado en el tanque se usa como ALS para reducir la respuesta estructural a los movimientos sísmicos. La efectividad de la reducción de la vibración del ALS en la estructura la estudiaron a través de métodos numéricos. Analizaron la respuesta bajo 2 sismos, concluyendo que la reducción de vibración se incrementa con el incremento de la relación de masa  $\mu$ .

*Fujino et. al. (1988)* realizaron estudios experimentales de un modelo estructural con contenedores circulares sometidos a vibraciones libres. Como parámetro de comparación utilizaron el amortiguamiento adicional, que lo definieron como la resta entre el decremento logarítmico de la amplitud de oscilación con ALS menos el decremento logarítmico de la

amplitud de oscilación sin ALS. Fueron estudiados los siguientes parámetros:

**-La relación entre la frecuencia de oscilación del líquido y la frecuencia de la estructura  $\gamma$ .** El amortiguamiento adicional es máximo cuando  $\gamma = 1$  para amplitudes de oscilación pequeñas, mientras que para amplitudes de oscilación grandes el máximo amortiguamiento adicional se produce cuando  $\gamma$  esta en la proximidad de 0.9.

**-Efecto de la viscosidad cinemática del líquido.** Para una amplitud de oscilación de 1 cm se obtiene más amortiguamiento adicional cuando la viscosidad cinemática es menor. Para una amplitud de oscilación de 7 cm no hay diferencias entre los dos líquidos de diferente viscosidad.

**-Efecto del espacio entre el líquido y el techo del contenedor.** Si el líquido impacta contra la tapa del contenedor, va a disipar energía en este proceso, pero no se va a permitir el libre movimiento del líquido. Se observó, para cualquier amplitud de oscilación, el amortiguamiento adicional es máximo cuando el espacio entre el techo y el líquido esta entre 1 y 1.5 de la altura del líquido.

**-Efecto del número de amortiguadores.** Cuando  $\gamma = 1$ , el amortiguamiento adicional es proporcional en forma lineal al número de amortiguadores iguales.

**-Efecto del tamaño del contenedor.** Se comparó un tanque grande con cinco pequeños que tuvieran la misma cantidad de líquido, concluyéndose que el más grande es el más efectivo.

### 2.3.3. Descripción del movimiento del líquido

Un diseño óptimo del ALS requiere generalmente una investigación teórica de la interacción entre la estructura y el ALS, lo que demanda un modelo matemático adecuado del movimiento del líquido.

Para cuantificar el comportamiento del ALS, se debe caracterizar la respuesta de la oscilación del líquido contenido en el ALS, a través de la experimentación física y los modelos matemáticos. Muchos de los modelos recientes, los cuales son aplicables bajo la suposición de una amplitud de oscilación moderada con olas que no rompen, son extensiones de la teoría clásica de Airy y Boussinesq para olas gravitacionales de poca profundidad de amplitud finita.

Se describirá el modelo de Lepelletier y Raichlen (*Soong et. al. (1997)* ) para la respuesta de capas de fluido confinadas en un tanque de largo finito, sometido a una excitación

horizontal en la base. Se considera una idealización bidimensional de un tanque rectangular de largo  $l$  y ancho  $b$ , que contiene agua con una altura promedio  $h$ , como se muestra en la figura 2.13.

Las ecuaciones diferenciales que gobiernan el movimiento del fluido se pueden escribir en términos de la elevación de las olas  $\eta(x,t)$  y la velocidad horizontal de la altura promedio  $u(x,t)$ . Dichas ecuaciones son:

$$\dot{\eta} + [(h + \eta)u]_{,x} = 0 \quad (2.5)$$

$$\dot{u} + uu_{,x} + g\eta_{,x} - \frac{h^2}{3}\dot{u}_{,xx} + \frac{1}{h}\left(\frac{\nu\omega}{2}\right)^{\frac{1}{2}}\left(1 + \frac{2h}{b} + C\right)u + \ddot{x}_b = 0 \quad (2.6)$$

Siendo  $\nu$  la viscosidad cinemática del fluido,  $\omega$  la frecuencia característica del movimiento del fluido,  $g$  la aceleración gravitacional,  $\ddot{x}_b$  la aceleración horizontal de la base del tanque,  $\dot{\eta}$  la derivada primera con respecto al tiempo de  $\eta$  y  $[ ]_{,x}$  la derivada primera con respecto a  $x$ . La no linealidad aparece en los segundos términos de ambas ecuaciones, el cuarto término de la ecuación (2.6) representa la dispersión y el quinto la disipación asociada a las paredes del tanque. El parámetro  $C$  representa la disipación debida a la contaminación de la superficie libre.

Las contribuciones relativas de no linealidad y dispersión se pueden determinar considerando el parámetro adimensional de Stokes definido por  $U_s = \eta_0 \lambda / h^3$ , siendo  $\eta_0$  la amplitud de la ola y  $\lambda$  el largo de la ola. Para pequeños valores de  $U_s$ , la dispersión predomina, mientras que para valores de  $U_s$  grandes la respuesta se vuelve no lineal.

Estos investigadores resolvieron las ecuaciones diferenciales usando la aproximación de elementos finitos y realizaron experimentos bajo excitaciones de base armónicas. Si se observa la evolución en el tiempo de la superficie para el modo oscilante con  $\lambda=2L$  para 3 valores diferentes del parámetro de Stokes, la no linealidad aparece para valores de  $U_s$  mayores a 100. En la experimentación y la teoría no lineal aparecen 2 picos de respuesta, uno a  $\omega/\omega_1 \approx 1,06$  y otro a  $\omega/\omega_1 \approx 0,97$ , siendo  $\omega_1$  la frecuencia fundamental del primer modo. El segundo modo se excita cuando la frecuencia de conducción es aproximadamente la mitad de la frecuencia natural. Este comportamiento es aparentemente una consecuencia de la no linealidad combinada con modos de dispersión bajos.

En todos los casos, estos investigadores obtienen una buena correlación entre los datos experimentales y las soluciones de elementos finitos.

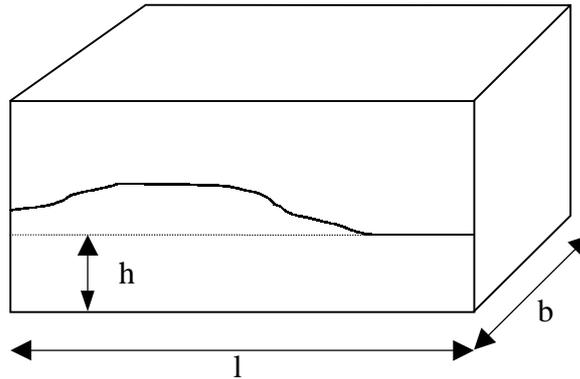


Figura 2.13: Modelación del ALS

Una formulación desarrollada por Shimizu y Hayama (*Soong et. al. (1997)*) a partir de los mismos principios, asumiendo flujo irrotacional e incompresible sobre la superficie libre, obtiene una correlación bastante buena con los datos experimentales.

*Warnitchai et. al. (1998)* formularon un modelo analítico de la oscilación del líquido con y sin instrumentos de amortiguamientos de flujo (pantallas). El movimiento del líquido se supone bidimensional y la superficie libre de vibración se define como  $z = \eta(x,t)$ . Consideran el flujo irrotacional e incompresible, el tanque rígido y desprecian la tensión superficial. La velocidad de una partícula de líquido relativa al tanque se puede representar por el gradiente de velocidad potencial  $\Phi(x, z, t)$ . Por la condición de continuidad cinemática del flujo incompresible se debe cumplir que:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.7)$$

La solución de la ecuación (2.7), aplicando las condiciones de borde de paredes rígidas, se obtiene como la suma infinita de los modos oscilantes:

$$\Phi(x, z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{q}_n(t) \frac{\cosh\left(\frac{n\pi(z+h)}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right)}{\frac{n\pi}{a} \sinh\left(\frac{n\pi h}{a}\right)} \quad (2.8)$$

donde  $q_n(t)$  es una función arbitraria del tiempo y esta asociada a la función espacial representando la función de velocidad potencial de  $n$ -ésimo modo oscilante y  $a$  el largo del tanque. La notación  $\dot{q}_n(t)$  representa la derivada primera con respecto al tiempo. La amplitud de la oscilación del líquido se supone suficientemente pequeña tal que se linealiza la condición de superficie libre:

$$\left[ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right]_{z=0} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \quad (2.9)$$

resultando

$$\eta(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t) \cos\left(\frac{n\pi x}{a}\right) \quad (2.10)$$

Basándose en estas formulaciones, se obtiene el potencial gravitacional  $V$  y el potencial cinemático  $T$  de la oscilación del líquido:

$$V = \frac{1}{2} \rho b g \int_0^a \eta^2(x,t) dx \quad (2.11)$$

$$T = \frac{1}{2} \rho b \int_{-h}^0 \int_0^a \left[ \left( \dot{X} + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] dx dz \quad (2.12)$$

siendo  $\rho$  la densidad del líquido,  $b$  el ancho del tanque y  $g$  la aceleración de la gravedad. Aplicando la ecuación de Lagrange se llega a:

$$m_n \ddot{q}_n(t) + m_n \omega_n^2 q_n(t) = \gamma_n \ddot{X}(t) \quad \text{con } n=1,2,3,\dots \quad (2.13)$$

siendo:

$$m_n = \frac{1}{2} \frac{\rho b a^2}{n\pi \operatorname{tgh}\left(\frac{n\pi h}{a}\right)} \quad (2.14)$$

$$\omega_n^2 = \frac{n\pi g}{a} \operatorname{tgh}\left(\frac{n\pi h}{a}\right) \quad (2.15)$$

$$\gamma_n = \frac{\rho\pi a^2 (1 - \cos(n\pi))}{(n\pi)^2} \quad (2.16)$$

Cuando se obtienen las soluciones de las ecuaciones precedentes o sea  $q_n(t)$ , se pueden derivar  $\Phi$  y  $\eta$  a partir de esas soluciones. Se puede calcular la presión del fluido a partir de la linealización de la ecuación de Bernoulli como:

$$p(x, z, t) = -\rho g z - \rho \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \rho \left(x - \frac{a}{2}\right) \ddot{X}(t) \quad (2.17)$$

Integrando la presión que actúa sobre las paredes del tanque, se obtiene la componente horizontal de la fuerza de oscilación total  $F_s$ , como

$$F_s(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \ddot{q}_n - m_0 \ddot{X}(t) \quad (2.18)$$

Las ecuaciones (2.13) y (2.18) son las ecuaciones principales para ser usadas en el análisis de la interacción estructura-ALS.

### 2.3.4. Implementaciones estructurales

Los siguientes ejemplos representan 2 implementaciones civiles de los amortiguadores de líquido sintonizados.

1) **Yokohama Marine Tower.** Esta torre de acero posee una altura de 101.3 m y su sección transversal es decagonal. La frecuencia fundamental de la estructura en las direcciones  $x$  e  $y$  es 0.55 Hz. El amortiguador de líquido sintonizado es un conjunto de 39 cilindros de acrílico de 0.5 m de diámetro. Cada cilindro tiene 10 capas de 0.05 m de altura y la altura de agua en cada capa es 0.021 m. La masa total del ALS es aproximadamente el 1 % de la masa generalizada de la torre. La aceleración para todo el rango de prueba de velocidad del viento se redujo con la colocación del ALS. La relación de amortiguamiento de la torre aumento 7 veces con la colocación del ALS. (*Tamura et. al. (1995)*)

2) **Shin-Yokohama Prince Hotel**. Este edificio tiene una altura de 149.35 m y su sección transversal es circular de diámetro 38.2 m. La frecuencia fundamental es 0.31 y 0.32 en las direcciones  $x$  e  $y$  respectivamente. El ALS está ubicado en el último piso y es un conjunto de 30 cilindros de 2 m de diámetro y 2 m de altura. Cada cilindro tiene 9 capas de 0.22 m con una altura de agua de 0.124 m. Cada capa está dividida en 12 secciones por salientes radiales para aumentar la disipación de energía. La masa del líquido es el 1% de la masa generalizada fundamental de la estructura. Se alcanza una reducción del 50 % en la aceleración cuando la velocidad del viento es 25 m/seg. Cuando la velocidad de viento aumenta, la reducción de la aceleración es mayor. (*Tamura et. al. (1995)* )

## 2.4. CONFORT HUMANO

La percepción humana del movimiento de una estructura se debe casi enteramente a la componente fluctuante del movimiento. La percepción está ligada a la vibración de la estructura, ya sea por flexión o por torsión, y no a la deflexión.

El tratamiento cuantitativo de este problema es complejo porque la sensibilidad humana a las vibraciones depende de la posición de las personas (parada, caminando, sentada o acostada), la atención que dedica a su actividad, ruidos del viento o de la estructura misma, y visualización de movimientos (por ejemplo el movimiento del agua de una pecera). Los efectos torsionales inducidos por el viento provocan una distribución de presión no balanceada sobre la superficie del edificio. Los efectos de la carga de viento son amplificados si el edificio es de forma asimétrica porque son más sensibles dinámicamente. (*Blessman (1998)* )

Las aceleraciones y desplazamientos en las esquinas de los pisos superiores se incrementan significativamente respecto al centro del edificio debido a los efectos torsionales. Por lo tanto, los ocupantes sienten las vibraciones en algunos lugares de la planta, mientras que en otros no perciben ninguna vibración. (*Kareem (1987)* )

Los códigos, generalmente, admiten una cierta vibración si ésta se produce una o dos veces en la vida útil de la estructura, pero es intolerable si ocurre todos los años. (*Blessman 1998* )

# CAPÍTULO 3

## MODELO DE ESTRUCTURA

### 3.1. MODELO DE ESTRUCTURA

La estructura se concibe con una teoría general de vigas, formulada partiendo del modelo de vigas de pared delgada y sección abierta de *Vlasov*, modificado por *Ambrosini(1991)*. Esta modificación incluye la incorporación de las deformaciones angulares debidas al corte inducido por flexión, las inercias rotacionales en los esfuerzos internos y permite la variación de las propiedades seccionales (área, momentos de inercia, etc.) con la coordenada longitudinal.

El modelo físico de estructura queda explicitado a través de un sistema de tres ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de cuarto orden, acopladas, con tres incógnitas. Para solucionar el sistema de ecuaciones planteado se utiliza el esquema conocido como variables de estado que transforma el sistema original en un sistema equivalente de 12 ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de primer orden, acopladas, con 12 incógnitas. Para realizar la integración espacial se utiliza un método de integración directa del sistema de ecuaciones diferenciales y en cuanto a la integración temporal se trabaja en el dominio de la

frecuencia lo que, al separar las partes real e imaginaria de las variables de estado, duplica el sistema planteado, llegando finalmente a un sistema de 24 ecuaciones diferenciales con 24 incógnitas.

### 3.1.1. Ecuaciones cinemáticas y de movimiento

Las ecuaciones que se desarrollaran a continuación fueron presentadas por *Ambrosini (1991)* y solamente se expondrán los conceptos y ecuaciones fundamentales. De acuerdo a la Figura 3.1, se adopta una terna rectangular izquierda como sistema global de coordenadas ( $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$ ). Los desplazamientos asociados son:  $\xi$ ,  $\eta$  y  $\zeta$  respectivamente. También se utiliza un sistema local de coordenadas ( $z, s, n$ ) con desplazamientos asociados  $u, v$  y  $w$ . Las relaciones entre estos desplazamientos son:

$$v(z, s) = \xi(z) \cos \alpha(s) + \eta(z) \operatorname{sen} \alpha(s) + \theta(z) h(s) \quad (3.1 \text{ a})$$

$$w(z, s) = -\xi(z) \operatorname{sen} \alpha(s) + \eta(z) \cos \alpha(s) + \theta(z) t(s) \quad (3.1 \text{ b})$$

donde  $h(s)$  y  $t(s)$  son, respectivamente, la distancia del centro de corte a la tangente y a la normal en consideración; y  $\alpha$  denota el ángulo formado por la tangente al punto en consideración y el eje  $\mathbf{x}$ .

Para obtener  $u(z, s)$  se utiliza la siguiente expresión

$$\gamma_{zs} = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \quad (3.2)$$

Se definen las deformaciones por corte por sus valores medios sobre la sección transversal  $z=\text{constante}$ .

$$\gamma_{zx} \cong \gamma_{mx} = \frac{Q_x}{k_{cx} F_t G} \quad (3.3 \text{ a})$$

$$\gamma_{zy} \equiv \gamma_{my} = \frac{Q_y}{k_{cy} F_t G} \quad (3.3 \text{ b})$$

$Q_x$  y  $Q_y$  denotan los esfuerzos de corte,  $F_t$  el área total de la sección transversal y  $k_{cx}$ ,  $k_{cy}$  los coeficientes corte de Cowper, que son funciones de la forma de la sección transversal.

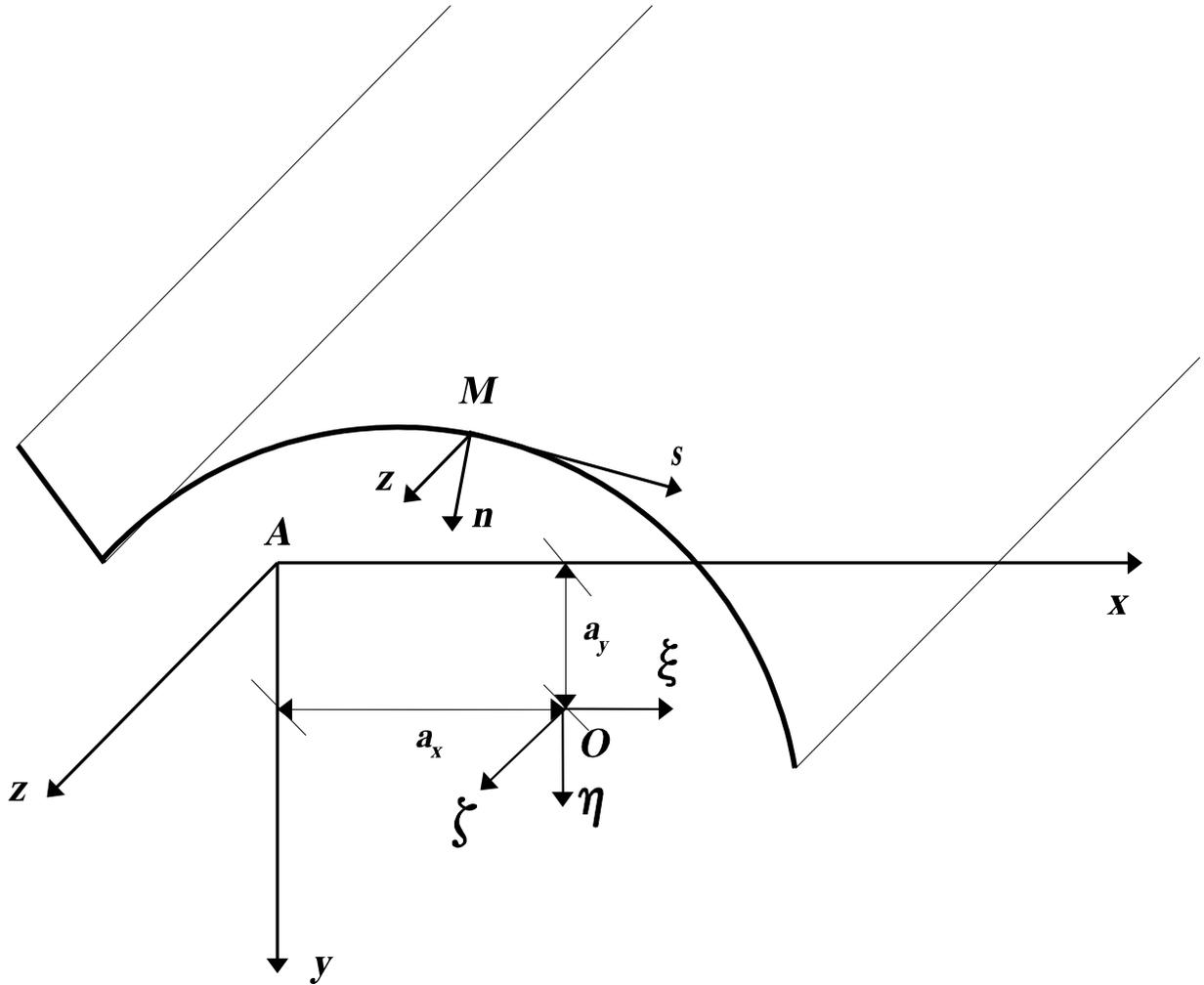


Figura 3.1: Definición de coordenadas y variables

Por otra parte se puede demostrar que:

$$\gamma_{zs} = \gamma_{zx} \cos \alpha + \gamma_{zy} \sin \alpha \quad (3.4)$$

De acuerdo con la ecuación (3.3):

$$\gamma_{zs} = \gamma_{mx} \cos \alpha + \gamma_{my} \operatorname{sen} \alpha = \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial z} \quad (3.5)$$

El desplazamiento  $u$  es obtenido integrando la ecuación (3.5):

$$u(z, s) = \zeta(z) - [\xi'(z) - \gamma_{mx}(z)] x(s) - [\eta'(z) - \gamma_{my}(z)] y(s) - \theta'(z) \varphi(s) \quad (3.6)$$

en donde  $( )'$  denota  $\frac{\partial( )}{\partial z}$ ,  $x$  e  $y$  son las coordenadas del punto en consideración,  $\theta$  es

la rotación de la sección transversal con respecto al centro de corte y  $\varphi$  es el área sectorial. Se puede obtener la deformación longitudinal  $\varepsilon_z$  y la tensión longitudinal  $\sigma_z$ :

$$\varepsilon_z(z, s) = \zeta'(z) - [\xi''(z) - \gamma'_{mx}] x(s) - [\eta''(z) - \gamma'_{my}] y(s) - \theta''(z) \varphi(s) \quad (3.7)$$

$$\sigma_z(z, s) = E \{ \zeta'(z) - [\xi''(z) - \gamma'_{mx}] x(s) - [\eta''(z) - \gamma'_{my}] y(s) - \theta''(z) \varphi(s) \} \quad (3.8)$$

en donde  $E$  es el módulo de elasticidad transversal. La tensión de corte longitudinal  $\tau_{zs}$  se obtiene de la ecuación de equilibrio longitudinal

$$\begin{aligned} \tau_{zs}(z, s) = & \frac{1}{\delta} S_0(z) - \frac{1}{\delta} \int_0^s p_z ds - E \zeta''(z) \frac{F(s)}{\delta} + E [\xi'''(z) - \gamma''_{mx}(z)] \frac{S_y}{\delta} + \\ & + E [\eta'''(z) - \gamma''_{my}(z)] \frac{S_x}{\delta} + E \theta'''(z) \frac{S_\varphi(s)}{\delta} \end{aligned} \quad (3.9)$$

siendo  $\delta$  el espesor de la estructura,  $S_0$  una función arbitraria de  $z$  que corresponde a las fuerzas de corte  $\tau_{zs} \delta$  actuando en  $s = 0$ ,  $p_z$  es la proyección de la carga externa por unidad de superficie, sobre la dirección longitudinal  $y$ . Además:

$$F(s) = \int_0^s dF \quad S_x(s) = \int_0^s y dF \quad S_y(s) = \int_0^s x dF \quad S_\varphi(s) = \int_0^s \varphi dF \quad (3.10)$$

que son el área, los momentos estáticos con respecto a los ejes  $x$  e  $y$ , y el momento sectorial. Como se mencionó en la introducción todos estos parámetros son funciones de  $z$ , además de  $s$ .

Cuando el espesor de la estructura es variable, las tensiones de corte transversales se modifican llegando a:

$$\begin{aligned}
 \tau_{zs}(z, s) = & \frac{1}{\delta(z, s)} \left[ S_0(z) - \int_0^s p_z ds - E\xi'''' F(z, s) + E[\xi'''' - \gamma_{mx}'''] S_y(z, s) + \right. \\
 & + E[\eta''''(z) - \gamma_{my}''(z)] S_x(z, s) + E\theta'''' S_\varphi(z, s) - E\xi''', \frac{\partial F(z, s)}{\partial z} + \\
 & \left. + E(\xi'' - \gamma_{mx}') \frac{\partial S_y(z, s)}{\partial z} + E(\eta'' - \gamma_{my}') \frac{\partial S_x(z, s)}{\partial z} + E\theta'', \frac{\partial S_\varphi(z, s)}{\partial z} \right]
 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Considerando el equilibrio de una faja transversal de la viga y usando las ecuaciones (3.8) y (3.11), se obtienen las siguientes cuatro ecuaciones diferenciales de cuarto orden con los desplazamientos generalizados  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\zeta$  y  $\theta$  como incógnitas.

$$E \left[ F_t \frac{\partial^2 \zeta}{\partial z^2} + \frac{dF(z)}{dz} \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right] - \rho F_t(z) \frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} = -q_z \quad (3.12 \text{ a})$$

$$\begin{aligned}
 E \left[ J_y(z) \left( \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^4} - \frac{\partial^3 \gamma_{mx}}{\partial z^3} \right) + 2 \left( \frac{\partial^3 \xi}{\partial z^3} - \frac{\partial^2 \gamma_{mx}}{\partial z^2} \right) \frac{dJ_y(z)}{dz} \right] - \rho J_y(z) \left( \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^2 \partial t^2} - \frac{\partial^3 \gamma_{mx}}{\partial z \partial t^2} \right) - \\
 - \rho \frac{dJ_y(z)}{dz} \left( \frac{\partial^3 \xi}{\partial z \partial t^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{mx}}{\partial t^2} \right) + \rho F_t(z) \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} + a_y \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) = q_x
 \end{aligned} \quad (3.12 \text{ b})$$

$$\begin{aligned}
 E \left[ J_x(z) \left( \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^4} - \frac{\partial^3 \gamma_{my}}{\partial z^3} \right) + 2 \left( \frac{\partial^3 \eta}{\partial z^3} - \frac{\partial^2 \gamma_{my}}{\partial z^2} \right) \frac{dJ_x(z)}{dz} \right] - \rho J_x(z) \left( \frac{\partial^4 \eta}{\partial z^2 \partial t^2} - \frac{\partial^3 \gamma_{my}}{\partial z \partial t^2} \right) - \\
 - \rho \frac{dJ_x(z)}{dz} \left( \frac{\partial^3 \eta}{\partial z^3} - \frac{\partial^2 \gamma_{my}}{\partial t^2} \right) + \rho F_t(z) \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - a_x \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) = q_y
 \end{aligned} \quad (3.12 \text{ c})$$

$$\begin{aligned}
 E \left[ J\varphi(z) \frac{\partial^4 \theta}{\partial z^4} + 2 \frac{\partial^3 \theta}{\partial z^3} \frac{dJ\varphi(z)}{dz} \right] - \rho J\varphi \frac{\partial^4 \theta}{\partial z^2 \partial t^2} - \rho \frac{dJ\varphi(z)}{dz} \frac{\partial^3 \theta}{\partial z \partial t^2} + \\
 + \rho F_t(z) \left( a_y \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} - a_x \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + r^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \right) - GJ_d(z) \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} - G \frac{dJ_d(z)}{dz} \frac{\partial \theta}{\partial z} = m_A
 \end{aligned} \quad (3.12 \text{ d})$$

siendo:

$$r^2 = a_x^2 + a_y^2 + \frac{J_x + J_y}{F_t} \quad (3.13)$$

$J_x$ ,  $J_y$ : momentos de inercia de la sección transversal con respecto a los ejes baricéntricos.

$J_d$ : módulo de torsión.

$J\varphi$ : momento sectorial de inercia.

$a_x, a_y$ : coordenadas del centro de corte.

$\rho$ : masa específica

$q_x, q_y, m_a$ : cargas externas por unidad de longitud.

En las ecuaciones anteriores se observa que la ecuación de vibración longitudinal (3.12 a) esta desacoplada del resto del sistema y puede ser tratada independiente, por lo que el sistema a resolver será de 3 ecuaciones diferenciales (3.12 b) a (3.12 d) en derivadas parciales, de cuarto orden, con 3 incógnitas.

Los esfuerzos internos son definidos de la siguiente forma:

$$N = \int \sigma_z dF \quad M_x = \int \sigma_z y dF \quad M_y = -\int \sigma_z x dF \quad B = \int \sigma_z \varphi dF \quad (3.14 a)$$

$$Q_x = \int (\tau_{zs} \delta) dx \quad Q_y = \int (\tau_{zs} \delta) dy \quad H_\varphi = \int (\tau_{zs} \delta) d\varphi \quad (3.14 b)$$

siendo:

$N$ : esfuerzo normal.

$M_x, M_y$ : momentos flectores.

$B$ : bimomento.

$H_\varphi$ : momento torsor debido al alabeo de la sección transversal.

En relación con la influencia de las inercias rotacionales, se debe notar que cuando en las ecuaciones de los esfuerzos internos, se considera una carga de superficie, solo cambiaría la tensión de corte transversal  $\tau_{zs}$  dada por la ecuación (3.11). Esto implica que sólo se modifican los esfuerzos internos definidos por (3.14 b). Entonces, usando las ecuaciones (3.8), (3.9) y (3.14) se obtiene:

$$N = E \frac{\partial \zeta}{\partial z} F \quad (3.15 a)$$

$$M_x = -EJ_x \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} - \frac{\partial \gamma_{my}}{\partial z} \right) \quad (3.15 b)$$

$$M_y = -EJ_y \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} - \frac{\partial \gamma_{mx}}{\partial z} \right) \quad (3.15 \text{ c})$$

$$B = -EJ\varphi \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \quad (3.15 \text{ d})$$

$$Q_x = -EJ_y \left( \frac{\partial^3 \xi}{\partial z^3} - \frac{\partial^2 \gamma_{mx}}{\partial z^2} \right) - E \frac{dJ_y}{dz} \left( \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} - \frac{\partial \gamma_{mx}}{\partial z} \right) + \rho J_y \left( \frac{\partial^3 \xi}{\partial z \partial t^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{mx}}{\partial t^2} \right) \quad (3.15 \text{ e})$$

$$Q_y = -EJ_x \left( \frac{\partial^3 \eta}{\partial z^3} - \frac{\partial^2 \gamma_{my}}{\partial z^2} \right) - E \frac{dJ_x}{dz} \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial z^2} - \frac{\partial \gamma_{my}}{\partial z} \right) + \rho J_x \left( \frac{\partial^3 \eta}{\partial z \partial t^2} - \frac{\partial^2 \gamma_{my}}{\partial t^2} \right) \quad (3.15 \text{ f})$$

$$H_\varphi = -EJ\varphi \frac{\partial^3 \theta}{\partial z^3} - E \frac{dJ\varphi}{dz} \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \rho J\varphi \frac{\partial^3 \theta}{\partial z \partial t^2} \quad (3.15 \text{ g})$$

Las ecuaciones anteriores contemplan la dependencia de las propiedades seccionales con la coordenada longitudinal  $z$  como así también el efecto de las inercias rotacionales.

### 3.1.2 Variables de estado

La formulación del problema en términos de ecuaciones diferenciales de cuarto orden requiere la manipulación de expresiones complicadas, por lo que el esquema de variables de estado constituye una opción de solución adecuada, pues el sistema de ecuaciones de cuarto orden es reemplazado por un sistema equivalente de ecuaciones de primer orden.

En primer término se aplica la transformada compleja de Fourier a ambos lados de las ecuaciones (3.12) y (3.15), trasladando todas las variables independientes al dominio de la frecuencia. En general:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} f(t) dt \quad (3.16)$$

Las rotaciones por flexión,  $\phi_x, \phi_y$ , con respecto a los ejes x e y son definidas como:

$$\phi_x = \frac{\partial \xi}{\partial z} - \gamma_{mx} \quad (3.17 \text{ a})$$

$$\phi_y = \frac{\partial \eta}{\partial z} - \gamma_{my} \quad (3.17 \text{ b})$$

Son seleccionadas como variables de estado seis incógnitas geométricas y seis estáticas:

$$\mathbf{v}(z, \omega) = \{ \eta, \phi_y, Q_y, M_x, \xi, \phi_x, Q_x, M_y, \theta, \theta', M_T, B \}^T \quad (3.18)$$

en donde,  $M_T$  es el momento torsor total definido por:

$$M_T = H_\varphi + H_k \quad (3.19)$$

siendo  $H_k = G J d \theta'$ , el momento torsor de Saint Venant.

En el dominio de la frecuencia, las variables de estado dependen de la frecuencia  $\omega$  y de la coordenada longitudinal z. Por simplicidad, se utiliza la misma notación para las variables de estado y sus transformadas ya que el dominio de trabajo puede ser identificado adecuadamente por la indicación de los argumentos de la función. Las ecuaciones de movimiento pueden ser expresadas de la siguiente forma:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{A} \mathbf{v} + \mathbf{q} \quad (3.20)$$

en donde  $\mathbf{A}$  es la matriz del sistema y  $\mathbf{q}$  el vector de carga externa dado por:

$$\mathbf{q}(z, \omega) = \{ 0, 0, -q_y, 0, 0, 0, -q_x, 0, 0, 0, -m_A, 0 \}^T \quad (3.21)$$

El sistema (3.20) puede ser integrado fácilmente usando métodos numéricos estándar, tal como el método de Runge-Kutta de cuarto orden, el algoritmo predictor-corrector u otras aproximaciones y combinaciones.

### 3.1.3. Ley constitutiva

Para poder considerar la disipación de energía que se produce en todas las estructuras reales, se considerará el amortiguamiento histerético o estructural. Entonces, usando el principio de correspondencia, se reemplaza E y G por las siguientes expresiones que son funciones de la frecuencia:

$$E(\omega) = E_0(\omega)[1 + i\mu_e(\omega)] \quad (3.22 \text{ a})$$

$$G(\omega) = G_0(\omega)[1 + i\mu_e(\omega)] \quad (3.22 \text{ b})$$

El segundo miembro de la igualdad es conocido como módulo complejo y  $\mu_e$  como función de amortiguamiento.  $E_0$  (o  $G_0$ ) y  $\mu_e$ , respectivamente son funciones par e impar de la frecuencia y caracterizan el material en consideración.

En el caso de amortiguamiento estructural  $E_0$  y  $G_0$  son constantes y son los correspondientes módulos de elasticidad longitudinal y transversal del material no amortiguado. En relación a  $\mu_e$  es constante para  $\omega > 0$  e igual a  $-\mu_e$  para  $\omega < 0$ . El coeficiente  $\mu_e$  determinado por *Ambrosini (1994)* tiene el valor de 0.1 para obtener resultados similares a los que se logran con un coeficiente de amortiguamiento viscoso igual a 0.05.

## 3.2 CARGA EXTERNA

El objetivo de este punto es formular explícitamente el vector de carga externa. Se describirán las cargas que son utilizadas en esta tesis para los ejemplos, que son la carga sísmica y la carga de viento.

### 3.2.1. Carga sísmica

Quando la excitación constituye una aceleración del terreno y no se tiene otra carga

transversal externa, en las ecuaciones de movimiento se debe considerar la aceleración total constituida por la aceleración relativa de la estructura respecto del terreno más la aceleración del terreno tomada respecto a algún eje fijo de referencia (*Ambrosini, 1991*).

Por lo tanto, teniendo en cuenta esto, en las ecuaciones de movimiento de flexotorsión (3.12) debe considerarse que:

$$q_x = q_y = q_z = m_A = 0 \quad (3.23 \text{ a})$$

$$\xi^T(z, t) = \xi(z, t) + \xi_G(t) \quad (3.23 \text{ b})$$

$$\eta^T(z, t) = \eta(z, t) + \eta_G(t) \quad (3.23 \text{ c})$$

donde  $\xi^T$  y  $\eta^T$  son los desplazamientos totales,  $\xi$  y  $\eta$  los desplazamientos relativos y  $\xi_G$  y  $\eta_G$  los desplazamientos del terreno. Si se tiene en cuenta que la derivada espacial enésima de los desplazamientos totales es igual a la derivada espacial enésima de los desplazamientos relativos y se reemplaza las ecuaciones (3.23) en las (3.12) planteadas en función de los desplazamientos totales se obtienen las siguientes cargas efectivas:

$$q_{x\text{ef}}(z, t) = q_x(z, t) = -\rho F(z) \frac{\partial^2 \xi_G}{\partial t^2} \quad (3.24 \text{ a})$$

$$q_{y\text{ef}}(z, t) = q_y(z, t) = -\rho F(z) \frac{\partial^2 \eta_G}{\partial t^2} \quad (3.24 \text{ b})$$

$$m_{A\text{ef}}(z, t) = m_A(z, t) = -\rho F(z) \left( a_y(z) \frac{\partial^2 \xi_G}{\partial t^2} - a_x(z) \frac{\partial^2 \eta_G}{\partial t^2} \right) \quad (3.24 \text{ c})$$

Aplicando la transformada de Fourier a las ecuaciones anteriores se obtienen las cargas efectivas en el dominio de la frecuencia:

$$q_x(z, \omega) = -\rho F(z) g_1(\omega) \quad (3.25 \text{ a})$$

$$q_y(z, \omega) = -\rho F(z) g_2(\omega) \quad (3.25 \text{ b})$$

$$m_A(z, \omega) = -\rho F_i(z) (a_y g_1(\omega) - a_x g_2(\omega)) \quad (3.25 c)$$

siendo

$$g_1(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \frac{\partial^2 \xi_G}{\partial t^2} dt \quad (3.26 a)$$

$$g_2(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} \frac{\partial^2 \eta_G}{\partial t^2} dt \quad (3.26 b)$$

De acuerdo a esto, el vector de carga externa es:

$$\mathbf{q}(z, \omega) = -\rho F_i \{0, 0, g_2, 0, 0, 0, g_1, 0, 0, 0, a_y g_1 - a_x g_2, 0\}^T \quad (3.27)$$

### 3.2.2. Carga de viento

El viento en la atmósfera es un fluido con movimiento turbulento y por lo tanto es aconsejable tratarlo como un proceso aleatorio.

Si tenemos una función  $x=x(t)$ , podemos decir que  $x$  es una función aleatoria o estocástica de  $t$ , si fijado  $t$  no puedo asociar a ese valor, un valor fijo de  $x(t)$ .

Cuando es necesario contar con registros de viento en el tiempo, el método de simulación constituye una herramienta muy adecuada. Una ejemplificación más detallada puede encontrarse en los trabajos de *Riera et. al.(1992)* y *Ambrosini et. al.(1998)*.

#### 3.2.2.1. Procedimiento de simulación

Se utiliza el proceso de simulación propuesto por *Prenninger (1988)*. Sean  $Re(\omega)$  e  $Im(\omega)$  las partes real e imaginaria de las transformadas de Fourier de registros de viento con función de densidad espectral de potencia  $S_p(\omega)$ , entonces:

$$Re(\omega) = N[0, 0.5S_p] \quad (3.28 \text{ a})$$

$$Im(\omega) = N[0, 0.5S_p] \quad (3.28 \text{ b})$$

Para cada frecuencia se deben generar 2 números aleatorios. El proceso de simulación comienza con la generación de un número aleatorio de una variable con distribución uniforme en el intervalo (0,1). Luego, se transforma esta muestra en otra con distribución de probabilidad normal  $\mu_m$ . Como las variables  $Re$  e  $Im$  son normales, entonces

$$X_n = \frac{X - \mu_m}{\sigma_x} \quad (3.29)$$

en este caso  $\mu_m = 0$  y  $\sigma_x = \sqrt{0.5S_p(f)}$ . Reemplazando se obtiene

$$X = X_n \sqrt{0.5S_p(f)} \quad (3.30)$$

Para caracterizar el viento utilizamos la siguiente función de densidad espectral de potencia de *Davenport*

$$S_p(f) = \frac{2}{3} \frac{\sigma_u^2 L_0^2}{V_{10}} \frac{f}{\left[1 + \frac{f^2 L_0^2}{V_{10}^2}\right]^{4/3}} \quad (3.31)$$

siendo

$f$  = frecuencia en Hertz

$\sigma_u$  = desvío estándar de la parte fluctuante en m/seg.

$L_0$  = 1200m (medición empírica de Davenport)

$V_{10}$  = velocidad media a 10 m de altura sobre el nivel del suelo en m/seg.

### 3.2.2.2. Correlación vertical

La longitud de correlación se define como la menor distancia en la que los procesos considerados son estadísticamente independientes. La longitud de correlación es dependiente de la frecuencia y es:

$$L_c(f) = \frac{V_{10}}{C_z f} \tag{3.32}$$

siendo  $C_z$  variable con la altura del edificio. Entonces para cada frecuencia se generan 2 números en los puntos definidos por la longitud de correlación y en los puntos intermedios se hace una interpolación lineal. Para  $f = 0$ , la longitud de correlación es infinita o sea que necesitamos una sola generación y no se interpola. En los puntos intermedios entre 2 realizaciones cualesquiera se tiene:

$$x = a_1 x_1 + a_2 x_2 \tag{3.33}$$

siendo  $a_1$  y  $a_2$  los pesos de la interpolación lineal que se calculan como se muestra en la Figura 3.2.

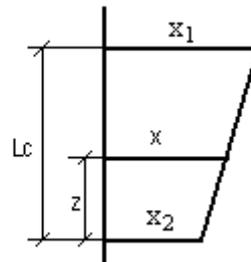


Figura 3.2.: Interpolación lineal en la altura  $z$ .

Tenemos una combinación lineal de variables aleatorias que sabemos tendrá la misma media, pero distinta varianza.

$$\sigma_x^2 = a_1^2 \sigma_{x_1}^2 + a_2^2 \sigma_{x_2}^2 \tag{3.34}$$

como  $\sigma_{x1}^2 = \sigma_{x2}^2 = 0.5S_p$ , entonces  $\sigma_x^2 = (a_1^2 + a_2^2)\sigma_{x1}^2$ . O sea  $\sigma_{x1} = c\sigma_x$

Por lo tanto las variables intermedias deben ser corregidas con el coeficiente  $c$  para que tengan la misma varianza que las variables originales. Entonces

$$x = x_1 + (x_2 - x_1) \frac{z}{L_c} \quad (3.35)$$

De donde se obtiene que  $a_1 = 1 - \frac{z}{L_c}$  y  $a_2 = \frac{z}{L_c}$ , reemplazando se obtiene  $c$

$$c = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{2z}{L_c} + 2\left(\frac{z}{L_c}\right)^2}} \quad (3.36)$$

### 3.2.2.3. Presiones de viento

Para determinar las presiones del viento se va a considerar la velocidad del viento compuesta por 2 partes

$$V = V_k + \Delta V \quad (3.37)$$

$V_k$ : velocidad característica del viento

$\Delta V$ : parte fluctuante determinada por simulación

siendo:

$$V_k = V_{10} B_1 F_r \left(\frac{z}{10}\right)^{p_1} \quad (3.38)$$

$B_1, F_r$ : valores que tienen en cuenta la altura y los obstáculos.

$p_I$ : exponente de variación exponencial de la velocidad con la altura

$Z$ : altura en la que se desea calcular la velocidad

La presión dinámica del viento es:

$$q = \frac{1}{2} \rho_a V^2 \quad (3.39)$$

siendo  $\rho_a$  la densidad del aire.

Reemplazando  $V$  por la ecuación (3.37), se obtiene:

$$q = \frac{1}{2} \rho_a (V_k + \Delta V)^2 \quad (3.40)$$

Las fuerzas del viento para secciones prismáticas se calculan como:

$$q_x = C_{VX} b K_V q \quad (3.41)$$

$$q_y = C_{VY} b K_V q \quad (3.42)$$

$$m_a = C_T b^2 K_V q \quad (4.43)$$

$C_{VX}$ : coeficientes de arrastre en la dirección x

$C_{VY}$ : coeficientes de arrastre en la dirección y

$C_T$ : coeficientes de arrastre torsional

$b$ : ancho de la estructura

$K_V$ : esbeltez

Los parámetros  $C_{VX}$ ,  $C_{VY}$ ,  $C_T$ ,  $K_V$ ,  $B_I$ ,  $F_r$  y  $p_I$  se podrían obtener, por ejemplo, con la norma NBR-6123 (1987).

Entonces el vector de carga externa está dado por (3.21).

# CAPÍTULO 4

## MODELACIÓN DE AMS Y ALS

### 4.1. INTRODUCCIÓN

En el este capítulo se desarrollará el esquema de cálculo que incluye las ecuaciones de movimiento del amortiguador de masa sintonizado (AMS) bajo carga de viento y sismo. Seguidamente, se presentan las fuerzas que generan los AMS y su interacción con la estructura. Se definen los parámetros de diseño del amortiguador, y se describe como se calculan los términos que forman parte de las ecuaciones de movimiento.

Para los amortiguadores de líquido sintonizado (ALS) se plantea el esquema de cálculo en forma similar que para los AMS, pero como se observará, cambia sustancialmente su interacción con la estructura, no así las ecuaciones de movimiento. Además se definen sus parámetros de diseño y se calculan los términos a incorporar en las ecuaciones. En este caso sólo se estudiará con carga de viento.

En ambos casos se plantean las ecuaciones en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, de acuerdo con el esquema del capítulo anterior.

## 4.2. AMORTIGUADOR DE MASA SINTONIZADO (AMS)

### 4.2.1. Ecuación de movimiento bajo carga de viento

Se plantea la ecuación de movimiento del amortiguador, una para cada eje, en el plano x-y; en el dominio del tiempo.

$$m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) = -m_x \ddot{\xi}(t) \quad \text{eje x} \quad (4.1)$$

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = -m_y \ddot{\eta}(t) \quad \text{eje y} \quad (4.2)$$

siendo:

x: desplazamiento relativo del AMS respecto a la estructura en la dirección x

y: desplazamiento relativo del AMS respecto a la estructura en la dirección y

$\xi$ : desplazamiento de la estructura en la dirección x

$\eta$ : desplazamiento de la estructura en la dirección y

$m_x, c_x, k_x$  : masa, amortiguamiento y rigidez de amortiguador en la dirección x

$m_y, c_y, k_y$  : masa, amortiguamiento y rigidez de amortiguador en la dirección y

En la figura 4.1. se presenta el modelo de estructura - AMS y el sistema de coordenadas propuesto.

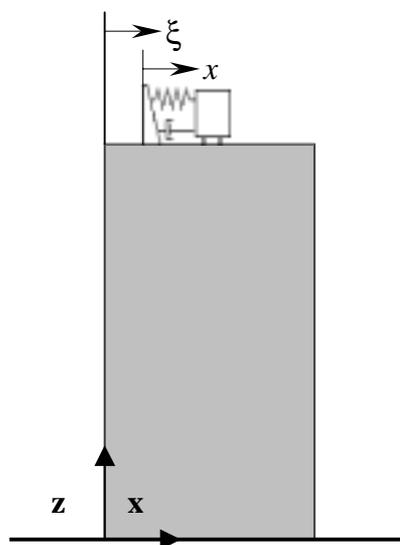


Figura 4.1.: Coordenadas del modelo estructura – AMS (Plano x - z)

Se trabajará en el dominio de la frecuencia, por lo que se realizan las transformaciones correspondientes usando la transformada de Fourier, ec. (3.16).

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(\omega) \quad \ddot{y}(t) = -\omega^2 y(\omega) \quad \ddot{\xi}(t) = -\omega^2 \xi(\omega) \quad (4.3)$$

$$\dot{x}(t) = i\omega x(\omega) \quad \dot{y}(t) = i\omega y(\omega) \quad \dot{\eta}(t) = -\omega^2 \eta(\omega) \quad (4.4)$$

Reemplazando las ecuaciones (4.3) y (4.4) en las (4.1) y (4.2):

Eje x

$$-m_x \omega^2 x + ic_x \omega x + k_x x = \omega^2 \xi m_x \quad (4.5)$$

Entonces

$$x = \frac{\omega^2 \xi m_x}{-m_x \omega^2 + ic_x \omega + k_x} \quad (4.6)$$

Eje y

$$-m_y \omega^2 y + ic_y \omega y + k_y y = \omega^2 \eta m_y \quad (4.7)$$

Entonces

$$y = \frac{\omega^2 \eta m_y}{-m_y \omega^2 + ic_y \omega + k_y} \quad (4.8)$$

separando la parte real de la imaginaria de las ecuaciones (4.6) y (4.8) se obtienen las siguientes expresiones:

$$x_r = \frac{\omega^2 m_x}{(k_x - m_x \omega^2)^2 + c_x^2 \omega^2} (\xi_r (k_x - m_x \omega^2) + \xi_i c_x \omega) \quad (4.9 a)$$

$$x_i = \frac{\omega^2 m_x}{(k_x - m_x \omega^2)^2 + c_x^2 \omega^2} (\xi_i (k_x - m_x \omega^2) - \xi_r c_x \omega) \quad (4.9 b)$$

$$y_r = \frac{\omega^2 m_y}{(k_y - m_y \omega^2)^2 + c_y^2 \omega^2} (\eta_r (k_y - m_y \omega^2) + \eta_i c_y \omega) \quad (4.10 a)$$

$$y_i = \frac{\omega^2 m_y}{(k_y - m_y \omega^2)^2 + c_y^2 \omega^2} (\eta_i (k_y - m_y \omega^2) - \eta_r c_y \omega) \quad (4.10 \text{ b})$$

Las fuerzas en la dirección  $x$  e  $y$  y el momento torsor provocados por el amortiguador de masa sintonizado en el extremo superior de la estructura son:

$$f_y = k_y y + c_y \dot{y} \quad (4.11 \text{ a})$$

$$f_x = k_x x + c_x \dot{x} \quad (4.11 \text{ b})$$

$$M_t = (d_x - a_x)(k_y y + c_y \dot{y}) + (d_y - a_y)(k_x x + c_x \dot{x}) \quad (4.11 \text{ c})$$

siendo  $d_x, d_y$  las coordenadas de ubicación del disipador en la planta de la estructura y  $a_x, a_y$  las coordenadas del centro de corte. Especificando las ecuaciones precedentes en el dominio de la frecuencia se obtiene:

$$f_y = k_y y + ic_y \omega y \quad (4.12 \text{ a})$$

$$f_x = k_x x + ic_x \omega x \quad (4.12 \text{ b})$$

$$M_t = (d_x - a_x)(k_y y + ic_y \omega y) + (d_y - a_y)(k_x x + ic_x \omega x) \quad (4.12 \text{ c})$$

Separando las partes real e imaginaria :

$$f_{yr} = k_y y_r - c_y \omega y_i \quad (4.13 \text{ a})$$

$$f_{yi} = k_y y_i + c_y \omega y_r \quad (4.13 \text{ b})$$

$$f_{xr} = k_x x_r - c_x \omega x_i \quad (4.13 \text{ c})$$

$$f_{xi} = k_x x_i + c_x \omega x_r \quad (4.13 \text{ d})$$

$$M_{tr} = (d_x - a_x)(k_y y_r - c_y \omega y_i) + (d_y - a_y)(k_x x_r - c_x \omega x_i) \quad (4.13 \text{ e})$$

$$M_{ii} = (d_x - a_x)(k_y y_i + c_y \omega y_r) + (d_y - a_y)(k_x x_i + c_x \omega x_r) \quad (4.13 f)$$

### 4.2.2. Ecuación de movimiento bajo carga sísmica

Se plantea la ecuación de movimiento del amortiguador, una para cada eje, en el plano x-y; en el dominio del tiempo.

$$m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) = -m_x \ddot{\xi}(t) + f(t) \quad \text{eje x} \quad (4.14)$$

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = -m_y \ddot{\eta}(t) + f(t) \quad \text{eje y} \quad (4.15)$$

siendo:

$x$ : desplazamiento relativo del AMS respecto a la estructura en la dirección  $x$

$y$ : desplazamiento relativo del AMS respecto a la estructura en la dirección  $y$

$\xi$ : desplazamiento de la estructura en la dirección  $x$

$\eta$ : desplazamiento de la estructura en la dirección  $y$

$m_x, c_x, k_x$ : masa, amortiguamiento y rigidez de AMS en la dirección  $x$

$m_y, c_y, k_y$ : masa, amortiguamiento y rigidez de AMS en la dirección  $y$

$f(t)$ : carga sísmica.

$f(t) = -m_x \ddot{\xi}_g$  en la dirección  $x$  y  $f(t) = -m_y \ddot{\eta}_g$  en la dirección  $y$ .

$\ddot{\xi}_g$ : aceleración del terreno en la dirección  $x$ , respecto a un eje de referencia fijo.

$\ddot{\eta}_g$ : aceleración del terreno en la dirección  $y$ , respecto a un eje de referencia fijo.

Realizando la Transformada de Fourier:

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 x(\omega) \quad \ddot{y}(t) = -\omega^2 y(\omega) \quad \ddot{\xi}(t) = -\omega^2 \xi(\omega) \quad (4.16 a)$$

$$\dot{x}(t) = i\omega x(\omega) \quad \dot{y}(t) = i\omega y(\omega) \quad \dot{\eta}(t) = -\omega^2 \eta(\omega) \quad (4.16 b)$$

$$\ddot{\xi}_g = g_1(\omega) \quad \ddot{\eta}_g = g_2(\omega) \quad (4.17)$$

Reemplazando las ecuaciones (4.16 a), (4.16 b) y (4.17) en (4.14) y (4.15)

Eje x

$$-m_x \omega^2 x + ic_x \omega x + k_x x = \omega^2 \xi m_x - m_x g_1 \quad (4.18)$$

Entonces

$$x = \frac{m_x(\omega^2 \xi - g_1)}{-m_x \omega^2 + ic_x \omega + k_x} \quad (4.19)$$

Eje y

$$-m_y \omega^2 y + ic_y \omega y + k_y y = \omega^2 \eta m_y - m_y g_2 \quad (4.20)$$

Entonces

$$y = \frac{m_y(\omega^2 \eta - g_2)}{-m_y \omega^2 + ic_y \omega + k_y} \quad (4.21)$$

Separando la parte real de la imaginaria de las ecuaciones (4.19) y (4.21) se obtiene:

$$x_r = \frac{\omega^2 m_x}{(k_x - m_x \omega^2)^2 + c_x^2 \omega^2} (\xi_r (k_x - m_x \omega^2) + \xi_i c_x \omega) - \frac{m_x (g_{1r} (k_x - m_x \omega^2) + g_{1i} c_x \omega)}{(k_x - m_x \omega^2)^2 + c_x^2 \omega^2} \quad (4.22a)$$

$$x_i = \frac{\omega^2 m_x}{(k_x - m_x \omega^2)^2 + c_x^2 \omega^2} (\xi_i (k_x - m_x \omega^2) - \xi_r c_x \omega) - \frac{m_x (g_{1i} (k_x - m_x \omega^2) - g_{1r} c_x \omega)}{(k_x - m_x \omega^2)^2 + c_x^2 \omega^2} \quad (4.22b)$$

$$y_r = \frac{\omega^2 m_y}{(k_y - m_y \omega^2)^2 + c_y^2 \omega^2} (\eta_r (k_y - m_y \omega^2) + \eta_i c_y \omega) - \frac{m_y (g_{2r} (k_y - m_y \omega^2) + g_{2i} c_y \omega)}{(k_y - m_y \omega^2)^2 + c_y^2 \omega^2} \quad (4.23a)$$

$$y_i = \frac{\omega^2 m_y}{(k_y - m_y \omega^2)^2 + c_y^2 \omega^2} (\eta_i (k_y - m_y \omega^2) - \eta_r c_y \omega) - \frac{m_y (g_{2i} (k_y - m_y \omega^2) - g_{2r} c_y \omega)}{(k_y - m_y \omega^2)^2 + c_y^2 \omega^2} \quad (4.23b)$$

Las fuerzas provocadas por el AMS en el extremo superior de la estructura son:

$$f_y = k_y y + c_y \dot{y} \quad (4.24 \text{ a})$$

$$f_x = k_x x + c_x \dot{x} \quad (4.24 \text{ b})$$

$$M_t = (d_x - a_x)(k_y y + c_y \dot{y}) + (d_y - a_y)(k_x x + c_x \dot{x}) \quad (4.24 \text{ c})$$

siendo  $d_x$ ,  $d_y$  las coordenadas de ubicación del amortiguador y  $a_x$ ,  $a_y$  las coordenadas del centro de corte. Especificando estas ecuaciones en el dominio de la frecuencia se obtiene:

$$f_y = k_y y + ic_y \omega y \quad (4.25 \text{ a})$$

$$f_x = k_x x + ic_x \omega x \quad (4.25 \text{ b})$$

$$M_t = (d_x - a_x)(k_y y + ic_y \omega y) + (d_y - a_y)(k_x x + ic_x \omega x) \quad (4.25 \text{ c})$$

Separando las partes real e imaginaria se obtiene:

$$f_{yr} = k_y y_r - c_y \omega y_i \quad (4.26 \text{ a})$$

$$f_{yi} = k_y y_i + c_y \omega y_r \quad (4.26 \text{ b})$$

$$f_{xr} = k_x x_r - c_x \omega x_i \quad (4.26 \text{ c})$$

$$f_{xi} = k_x x_i + c_x \omega x_r \quad (4.26 \text{ d})$$

$$M_{tr} = (d_x - a_x)(k_y y_r - c_y \omega y_i) + (d_y - a_y)(k_x x_r - c_x \omega x_i) \quad (4.26 \text{ e})$$

$$M_{ti} = (d_x - a_x)(k_y y_i + c_y \omega y_r) + (d_y - a_y)(k_x x_i + c_x \omega x_r) \quad (4.26 \text{ f})$$

### 4.2.3. Cálculo de los parámetros del AMS

Los parámetros de diseño del AMS son: la relación de masa  $\mu$  que se define como la masa del AMS sobre la masa total del edificio; el cociente  $r_f$  entre la frecuencia del amortiguador y la frecuencia de la estructura y la relación de amortiguamiento del AMS  $\zeta_e$ .

Si se fijan  $\mu$ ,  $r_f$  y  $\zeta_e$  se pueden calcular  $m_x$ ,  $m_y$ ,  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $c_x$  y  $c_y$  de la siguiente forma:

$$m_x = \mu M \quad (4.27)$$

$$m_y = \mu M \quad (4.28)$$

$$k_x = \omega_a^2 m_x = (r_f \omega_1)^2 m_x \quad (4.29)$$

$$k_y = \omega_a^2 m_y = (r_f \omega_1)^2 m_y \quad (4.30)$$

$$c_x = 2 \omega_a \zeta_e m_x = 2 (r_f \omega_1) \zeta_e m_x \quad (4.31)$$

$$c_y = 2 \omega_a \zeta_e m_y = 2 (r_f \omega_1) \zeta_e m_y \quad (4.32)$$

siendo  $\omega_a$  la frecuencia del amortiguador en rad/seg.,  $\omega_1$  la frecuencia del primer modo de vibración de la estructura, en la dirección considerada en cada caso y  $M$  la masa total de la estructura.

## 4.3. AMORTIGUADOR DE LÍQUIDO SINTONIZADO (ALS)

### 4.3.1. Ecuación de movimiento bajo carga de viento

Pese a que, como se describió en el capítulo 2, el proceso de disipación de energía es no lineal, en los desarrollos subsiguientes se utilizará un procedimiento equivalente propuesto por *Chang et. al. (1997)*. Las ecuaciones de movimientos son las mismas que para el amortiguador de masa sintonizado, siendo diferente el cálculo de las fuerzas que provocan en la estructura y el cálculo de los parámetros del amortiguador. Se plantea nuevamente la ecuación de movimiento:

$$m_x \ddot{x}(t) + c_x \dot{x}(t) + k_x x(t) = -m_x \ddot{\xi}(t) \quad \text{eje x} \quad (4.33)$$

$$m_y \ddot{y}(t) + c_y \dot{y}(t) + k_y y(t) = -m_y \ddot{\eta}(t) \quad \text{eje y} \quad (4.34)$$

Las fuerzas y el momento torsor provocados por ALS en la estructura son:

$$f_y = -(m_x \ddot{y} + m_t \ddot{\eta}) \quad (4.35 \text{ a})$$

$$f_x = -(m_x \ddot{x} + m_t \ddot{\xi}) \quad (4.35 \text{ b})$$

$$M_t = -(d_x - a_x)(m_y \ddot{y} + m_t \ddot{\eta}) - (d_y - a_y)(m_x \ddot{x} + m_t \ddot{\xi}) \quad (4.35 \text{ c})$$

siendo  $d_x$ ,  $d_y$  la coordenadas de ubicación del amortiguador y  $a_x$ ,  $a_y$  las coordenadas del centro de corte y  $m_t$  un parámetro del amortiguador. Transformando las expresiones (4.35) al dominio de la frecuencia:

$$f_y = \omega^2 (m_y y + m_t \eta) \quad (4.36 \text{ a})$$

$$f_x = \omega^2 (m_x x + m_t \xi) \quad (4.36 \text{ b})$$

$$M_t = (d_x - a_x) \omega^2 (m_y y + m_t \eta) + (d_y - a_y) \omega^2 (m_x x + m_t \xi) \quad (4.36 \text{ c})$$

Separando las partes real e imaginaria:

$$f_{yr} = \omega^2(m_y y_r + m_t \eta_r) \quad (4.37 \text{ a})$$

$$f_{yi} = \omega^2(m_y y_i + m_t \eta_i) \quad (4.37 \text{ b})$$

$$f_{xr} = \omega^2(m_x x_r + m_t \eta_r) \quad (4.37 \text{ c})$$

$$f_{xi} = \omega^2(m_x x_i + m_t \eta_i) \quad (4.37 \text{ d})$$

$$M_{rr} = (d_x - a_x)\omega^2(m_y y_r + m_t \eta_r) + (d_y - a_y)\omega^2(m_x x_r + m_t \xi_r) \quad (4.37 \text{ e})$$

$$M_{ii} = (d_x - a_x)\omega^2(m_y y_i + m_t \eta_i) + (d_y - a_y)\omega^2(m_x x_i + m_t \xi_i) \quad (4.37 \text{ f})$$

### 4.3.2. Cálculo de los parámetros del ALS

Las ecuaciones para el cálculo de los parámetros se basan en la teoría lineal de olas, la cual está limitada para olas de pequeña amplitud (*Chang et. al (1997)*). Para un tanque circular son:

$$m_x = m_y = d_1 F_1 m_t \quad (4.38)$$

$$m_t = n \rho \pi a^2 h \quad (4.39)$$

$$d_1 = \frac{1}{(\sigma_1^2 - 1)} \quad (4.40)$$

$$\sigma_1 = 1.84 \quad (4.41)$$

$$F_1 = \frac{a}{\sigma_1 h} \operatorname{tgh}\left(\frac{\sigma_1 h}{a}\right) \quad (4.42)$$

$$k_x = k_y = \omega_t^2 m_x \quad (4.43)$$

$$\omega_t^2 = \frac{\sigma_l g}{a} \operatorname{tgh}\left(\frac{\sigma_l h}{a}\right) \quad (4.44)$$

$$c_x = 2\zeta_t \omega_t m_t \quad (4.45)$$

siendo  $h$  la altura del líquido,  $a$  el radio del tanque,  $\zeta_t$  el amortiguamiento viscoso del líquido y  $n$  el número de contenedores. En la figura 4.2. se observa un modelo de ALS circular.

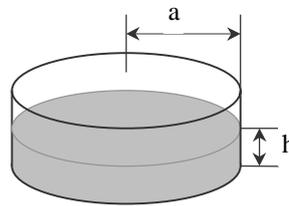


Figura 4.2. Modelo de ALS circular

*Sun et. al. (1995)* presentan una formulación para el cálculo de los parámetros del ALS basado en los resultados experimentales, usando una analogía con AMS. Su trabajo experimental consistió en observar y medir el comportamiento de un ALS circular, un ALS rectangular y un amortiguador de columna de líquido sintonizado (ACLS) sometidos a una **excitación armónica** (por esta razón se prefirió utilizar para el cálculo de los parámetros del ALS la formulación propuesta por *Chang et. al. (1998)* en los ejemplos propuestos en el Capítulo 6). Los resultados experimentales presentados por los autores muestran las características no lineales de movimiento de la ola y la forma de la ola en el ALS depende de la frecuencia y la amplitud de excitación.

# CAPÍTULO 5

## SOLUCIÓN NUMÉRICA Y PROGRAMACIÓN

### 5.1. INTRODUCCIÓN

Para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales (3.20) se debe transformar el problema de valores de contorno en un problema de valores iniciales. Primeramente se detallará este procedimiento, porque es donde se debe incorporar la interacción de los dispositivos disipadores de energía.

En la sección siguiente se hará una breve reseña de los programas que se utilizaron como base y a los que se le incorporaron los disipadores pasivos. Los programas base son dos, uno para carga sísmica (DAYSSI) y otro para carga de viento (WINDY) que tienen programado el modelo de estructura descrito en el capítulo 3. (*Ambrosini. (1994)* )

En el presente trabajo se desarrollaron los programas VIENTMDA, VIENTLDA y DYBEY. Estos nuevos programas tienen en cuenta la influencia de los disipadores e incluso calculan la aceleración del extremo superior de la estructura, en el caso de carga de viento.

## 5.2. SOLUCIÓN NUMÉRICA

De acuerdo a lo analizado en el capítulo 3, el sistema de ecuaciones diferenciales que caracterizan el problema es:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial z} = \mathbf{A}\mathbf{v} + \mathbf{q} \quad (5.1)$$

Este sistema puede ser integrado numéricamente de  $0$  a  $L$  a lo largo del tramo determinando la respuesta dinámica. Los condiciones de borde que se emplean son:

-flexión

- Empotrado  $\eta = \phi_y = \xi = \phi_x = 0$
- Libre  $Q_y = M_x = Q_x = M_y = 0$
- Articulada  $\eta = M_x = \xi = M_y = 0$

-torsión

- Empotrado  $\theta = \theta' = 0$
- Libre  $M_T = B = 0$
- Articulada  $\theta = M_T = 0$

El procedimiento de solución convierte el problema de valores de borde entre dos puntos en un problema de valores iniciales y utiliza integración numérica. Este procedimiento consta de 3 pasos.

La ecuación (5.1) representa un sistema de  $N$  ecuaciones diferenciales acopladas. En el borde  $z=0$  se tienen  $N/2$  condiciones de contorno que son nulas y en  $z=L$  se tienen  $N/2$  condiciones que también son nulas. Las otras variables no nulas toman valores arbitrarios que son los que se quieren determinar. Los pasos a seguir para hallar la solución del problema son los siguientes:

### 1. Sistema inhomogeneo

Se da valor cero a todas las variables desconocidas en  $z=0$  y el valor real a las componentes del vector de carga externa  $\mathbf{q}$  y se integra numéricamente a lo largo de toda la viga el sistema inhomogeneo que resulta de (5.1). Esta integración da un conjunto de variables de estado en  $z=L$  que se reúnen en el vector  $\mathbf{b}$ , que no son los valores reales.

### 2. Sistema homogéneo

Se determina el sistema homogéneo de (5.1) con  $\mathbf{q} = 0$ . Se realiza para cada variable desconocida una integración con el valor uno para esa variable y cero para las restantes. Esta  $N/2$  integraciones dan  $N/2$  conjuntos de valores, cada conjunto se ubicará en una columna de una matriz denotada por  $\mathbf{B}$ . Una combinación lineal de las  $N/2$  soluciones homogéneas más la solución inhomogénea dará la solución en  $z = 0$ . Entonces:

$$\mathbf{v}_{z=L} = \mathbf{b} + \mathbf{B} \mathbf{v}_{z=0} \quad (5.2)$$

O sea que, para determinar el valor de las  $N/2$  variables arbitrarias en  $z = 0$  se deben especificar las condiciones de borde en  $z = L$ . Reemplazando esas condiciones en la ecuación (5.2) se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas de orden  $N/2$ .

### 3. Solución final

Conociendo los valores de todas las variables en  $z = 0$  se hace una última integración incluyendo las funciones de carga externa  $\mathbf{q}$ .

Todo lo descrito en este punto se refiere a la integración en el espacio pero se debe tener presente que esto se repite para cada paso de frecuencia.

## 5.3. descripción de los programas

Primeramente se presenta un diagrama de flujo base que se muestra en la figura 5.1.

Los archivos de datos a ingresar poseen una parte común a los 3 programas y de acuerdo a que si se incorpora AMS o un ALS difieren los datos a incorporar en cada caso.

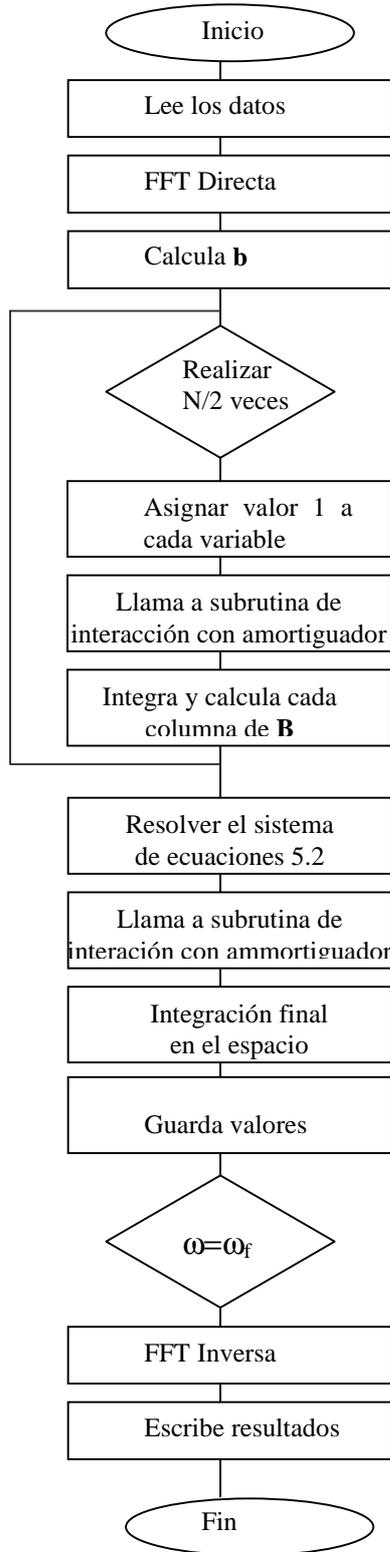


Figura 5.1: Diagrama de flujo

### 5.3.1. Archivo de datos

Los datos a incorporar en el programa, se escriben en un archivo. La estructura se puede dividir en elementos, cuando cambian las propiedades (momento de inercia, material, área, etc.). Este archivo contiene la siguiente información en lo referente a la estructura:

- Condiciones de contorno
- Número de elementos en que se divide la estructura
- Número de intervalos en que se divide cada elemento (para la integración espacial)
- Límite del error absoluto
- Tiempo total de duración de la carga
- Número de puntos en que se divide la carga
- Longitud, momentos de inercia y área de la sección transversal
- Coordenadas del centro de corte y momentos de inercia sectoriales
- Características mecánicas del material
- Coeficientes de corte

Con respecto a los datos de la carga externa, si es carga sísmica se carga el acelerograma del sismo empleado. Si es carga de viento se deben ingresar los siguientes datos:

$V_{10}$  = velocidad media a 10 m de altura sobre el nivel del suelo en m/seg.

$C_z$  : variable que depende de la altura del edificio

$B_I, F_r$ : valores que tienen en cuenta la altura y los obstáculos.

$p_I$ : exponente de variación exponencial de la velocidad con la altura

$C_{VX}$ : coeficientes de arrastre en la dirección x

$C_{VY}$ : coeficientes de arrastre en la dirección y

$b$ : ancho de la estructura

$K_V$ : esbeltez

Los datos a ingresar si la estructura posee un amortiguador de masa sintonizado son: la masa, rigidez y amortiguamiento en las direcciones **x** e **y** respectivamente y las coordenadas (x, y) de ubicación del AMS en planta. Tanto en el caso del AMS y ALS, se supone que están ubicados en el extremo superior de la estructura.

Para el amortiguador de líquido sintonizado, los datos a ingresar son:  $m_t$  que es la masa “física” del ALS, la masa, la rigidez y el amortiguamiento en las direcciones **x** e **y** (todos estos parámetros calculados como se indica en la sección 4.3.2.). Además las coordenadas (x, y) de ubicación del ALS en la planta de la estructura.

### **5.3.2. Archivo de salida**

Los resultados se encuentran en archivos con el mismo nombre que el de los datos de entrada pero con extensión .SAL. Este archivo contiene la respuesta en el tiempo de las variables elegidas al principio y fin de la estructura y los valores máximos de la respuesta. Los programas VIENTLDA y VIENTMDA proporcionan además como respuesta las aceleraciones en el tiempo.

# CAPÍTULO 6

## ANÁLISIS NUMÉRICO

### 6.1. INTRODUCCIÓN

Habiendo formulado el modelo de estructura en el capítulo 3, desarrolladas las ecuaciones de movimiento y de interacción para los AMS y ALS en el capítulo 4 y habiendo descrito la herramienta numérica en el capítulo 5; en el presente capítulo se realizan una serie de ejemplos numéricos con el objetivo de estudiar la eficiencia de los sistemas de disipación pasivos.

En primer lugar se estudia un edificio y 2 chimeneas, con los 2 sistemas de control de vibraciones desarrollados en esta tesis: AMS y ALS. Se observará la respuesta estructural sin sistemas de control de vibraciones y con AMS bajo carga de viento y sísmica y para el ALS bajo carga de viento.

Seguidamente se presentará un análisis del efecto sobre los desplazamientos máximos producidos cuando se varían los parámetros de diseño (relación de masa, relación de frecuencia y relación de amortiguamiento) del AMS bajo carga de viento. En la última sección se compara la respuesta en el tiempo de los AMS y ALS bajo carga de viento.

## 6.2. AMORTIGUADOR DE MASA SINTONIZADO

### 6.2.1. Respuesta dinámica bajo la acción del viento

#### 6.2.1.1. Edificio Central Plaza

Este edificio está ubicado en Shanghai, China, posee 39 pisos y 3 subsuelos (*Chang et. al., (1997)*). En los primeros cinco pisos funciona un shopping y a partir de sexto son oficinas comerciales. También posee un helipuerto. Se modeló el edificio con una variación lineal de las propiedades en la altura. El área de la sección transversal en los primeros cinco pisos es de 42 x 84 m, mientras que a partir del sexto su sección es cuadrada de 42 m. La frecuencia fundamental de la estructura es  $f_1 = 0.305$  Hz. Los datos completos correspondientes a la estructura son:

$$H = 148.2 \text{ m}$$

$$M = 117741000 \text{ kg}$$

$$\nu = 0.3$$

$$E = 2.46 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$\mu_e = 0.02$$

$$k_{cx} = k_{cy} = 0.267$$

<i>Extremo superior</i>	<i>Extremo inferior</i>
$J_x = J_y = 3000.63 \text{ m}^4$	$J_x = J_y = 4802.56 \text{ m}^4$
$J_d = 4.99 \text{ m}^6$	$J_d = 20.48 \text{ m}^6$
$F_t = 60.0 \text{ m}^2$	$F_t = 96.0 \text{ m}^2$

Para evitar considerar la masa de las losas como masas concentradas, ya que esto conduce a la adopción de muchos elementos con el consiguiente aumento del costo computacional, se modeló al edificio como un núcleo con una masa ficticia definida como:

$$\rho_{ficticio} = \frac{M}{H(F_t)} \quad (6.1)$$

Siendo:

$\bar{F}_t$ : sección transversal promedio

Para este caso  $\rho_{\text{fict}} = 10185.56 \text{ kg/m}^3$

Los datos que definen la carga de viento aplicada son:

$$\begin{array}{ll}
 V_{10} = 53 \text{ m/seg} & B_l = 0.84 \\
 C_{VX} = 0.0 & F_r = 0.95 \\
 C_{VY} = 1.3 & p_l = 0.135 \\
 C_T = 0.0 & C_z = 7.0 \\
 K_V = 1.00 & b_{eq.} = 46.057 \text{ m} \\
 c_v = 0.15 &
 \end{array}$$

Para tener en cuenta las diferentes secciones transversales expuestas al viento se procedió a calcular el ancho efectivo  $b_{eq.}$  de la estructura de la siguiente forma:

$$b_{eq} = \frac{F_R}{H} \quad (6.2)$$

Siendo  $F_R$  el área real expuesta al viento.

En la figura 6.1. se presenta un corte transversal de Edificio Central Plaza.

La masa, rigidez y amortiguamiento del AMS se calcularon considerando los siguientes parámetros:  $\mu = 0.01$ ,  $r_f = 1$  y  $\zeta_e = 0.045$ . El disipador está ubicado en la parte superior del edificio y en el centro de masa que, en este caso, es coincidente con el centro de corte de la misma. Como la carga se aplica en la dirección  $y$ , se coloca el AMS en esa dirección. Resultando:

$$m_y = 1177410.0 \text{ kg} \quad k_y = 4324014.44 \text{ N/m} \quad c_y = 203071.95 \text{ kg./seg.}$$

La respuesta dinámica de la estructura, en función de los desplazamientos, el corte en la base y las aceleraciones con y sin amortiguador se puede observar en la figura 6.2. En el gráfico de las aceleraciones sólo se muestran los 10 primeros seg, de la respuesta para visualizarla mejor (esta aclaración se repite para el caso siguiente solamente). En la tabla 6.1, se observa un resumen de los valores máximos obtenidos.

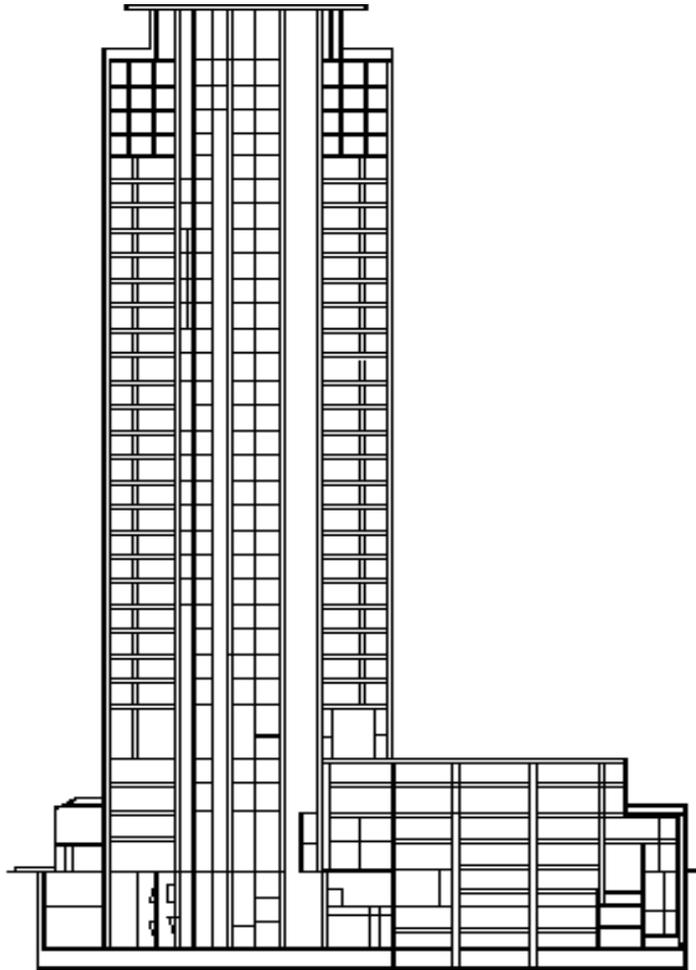


Figura 6.1: Corte transversal del Edificio Central Plaza

Variable Valores máximos	Sin disipador	con AMS	
	valor	valor	% de reducción
Despl. total (cm)	10.41	9.10	12.58
Despl. parte fluctuante (cm)	2.9	1.59	45.17
Aceleración (cm/seg <sup>2</sup> )	18.5	14.61	21.02
Corte en la base (MN)	22.97	21.19	7.75

Tabla 6.1: Valores máximos del Edificio Central Plaza con y sin AMS.

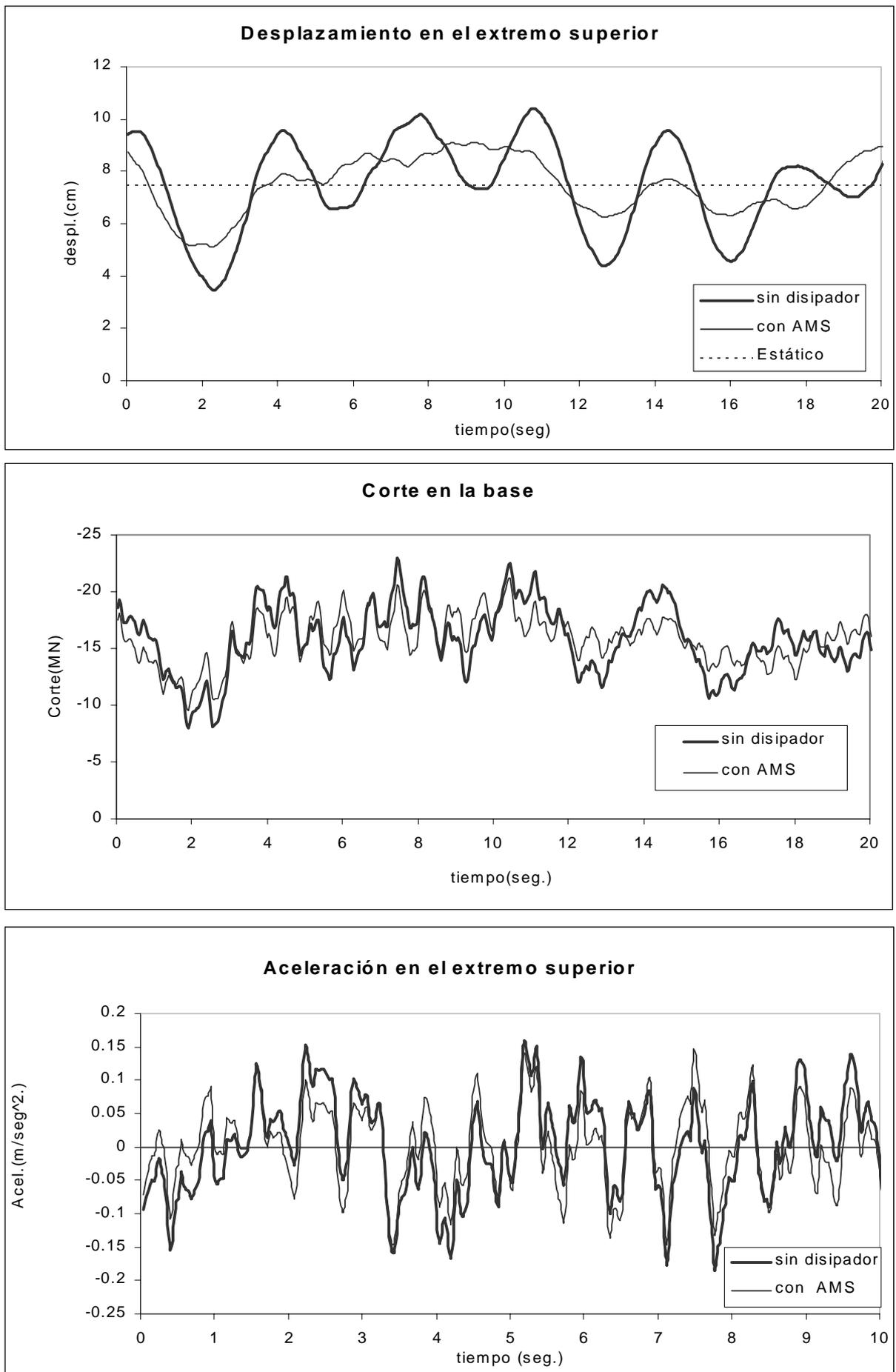


Figura 6.2: Respuesta dinámica del Edificio Central Plaza con y sin AMS.

### 6.2.1.2. Chimenea A

Esta chimenea de hormigón armado tiene 250 m de altura, es de sección circular, tiene espesor constante en toda la altura y el diámetro exterior disminuye linealmente desde la base (*Vickery (1998)*). Su frecuencia fundamental es 0.40 Hz. En la figura 6.3 se observa un esquema de la misma. Los datos completos correspondientes son:

$$\begin{aligned}
 H &= 250 \text{ m} \\
 M &= 5965500 \text{ kg} \\
 \nu &= 0.25 \\
 E &= 2.94 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2 \\
 \mu_e &= 0.008 \\
 k_{cx} &= k_{cy} = 0.53 \\
 \rho &= 2400 \text{ kg/m}^3
 \end{aligned}$$

<i>Extremo superior</i>	<i>Extremo inferior</i>
diámetro exterior = 5 m	diámetro exterior = 25 m
diámetro interior = 4.572 m	diámetro interior = 24.572 m
$J_x = J_y = 9.233 \text{ m}^4$	$J_x = J_y = 1280.0 \text{ m}^4$
$J_d = 18.465 \text{ m}^6$	$J_d = 2560.0 \text{ m}^6$
$F_t = 3.218 \text{ m}^2$	$F_t = 16.667 \text{ m}^2$

Los datos del viento incorporados al archivo de datos son:

$$\begin{aligned}
 V_{10} &= 30.85 \text{ m/seg} & B_1 &= 1.0 \\
 C_{VX} &= 0.0 & F_r &= 1.0 \\
 C_{VY} &= 0.6 & p_l &= 0.15 \\
 C_T &= 0.0 & C_z &= 7.0 \\
 K_V &= 1.00 & b_{eq.} &= 15 \text{ m} \\
 c_v &= 0.11 & &
 \end{aligned}$$

La masa, rigidez y amortiguamiento del AMS se calcularon considerando los siguientes parámetros:  $\mu = 0.01$ ,  $r_f = 1$  y  $\zeta_e = 0.045$ . Se considera que el amortiguador de masa sintonizado esta ubicado en las coordenadas  $d_x=0$  y  $d_y = 0$ . Como la carga se aplica en la dirección **y**, se coloca el AMS en esa dirección. Resultando:

$$m_y = 59655.0 \text{ kg}$$

$$k_y = 376813.6 \text{ N/m}$$

$$c_y = 13493.65 \text{ kg./seg.}$$

En la figura 6.4 se observa el comportamiento de esta chimenea y en la tabla 6.2 un resumen de los valores máximos obtenidos.

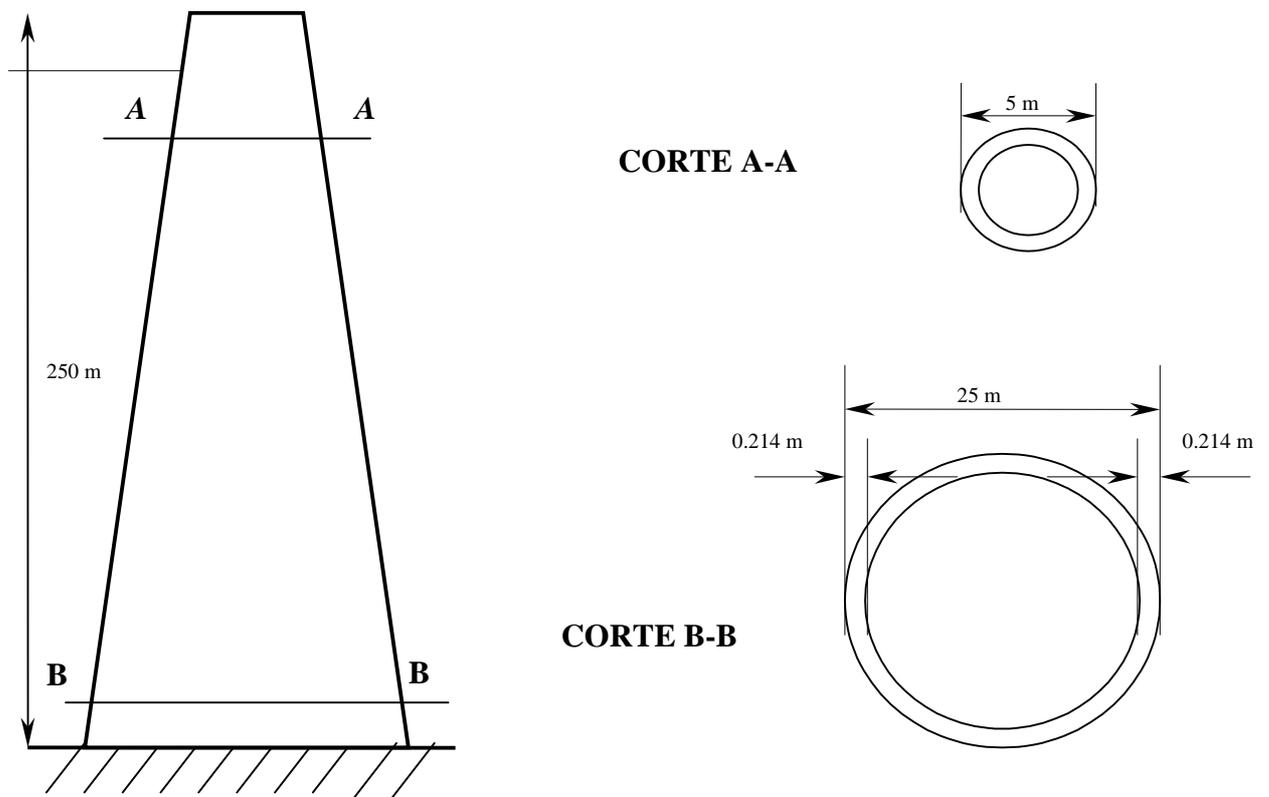


Figura 6.3: Chimenea A.

Variable Valores máximos	Sin disipador	con AMS	
	valor	valor	% de reducción
Despl. total (cm)	25.94	24.51	5.51
Despl. parte fluctuante (cm)	3.78	2.35	37.83
Aceleración (cm/seg <sup>2</sup> )	42.69	31.55	26.09
Corte en la base (MN)	3.34	3.11	6.89

Tabla 6.2: Valores máximos de la chimenea A con y sin AMS.

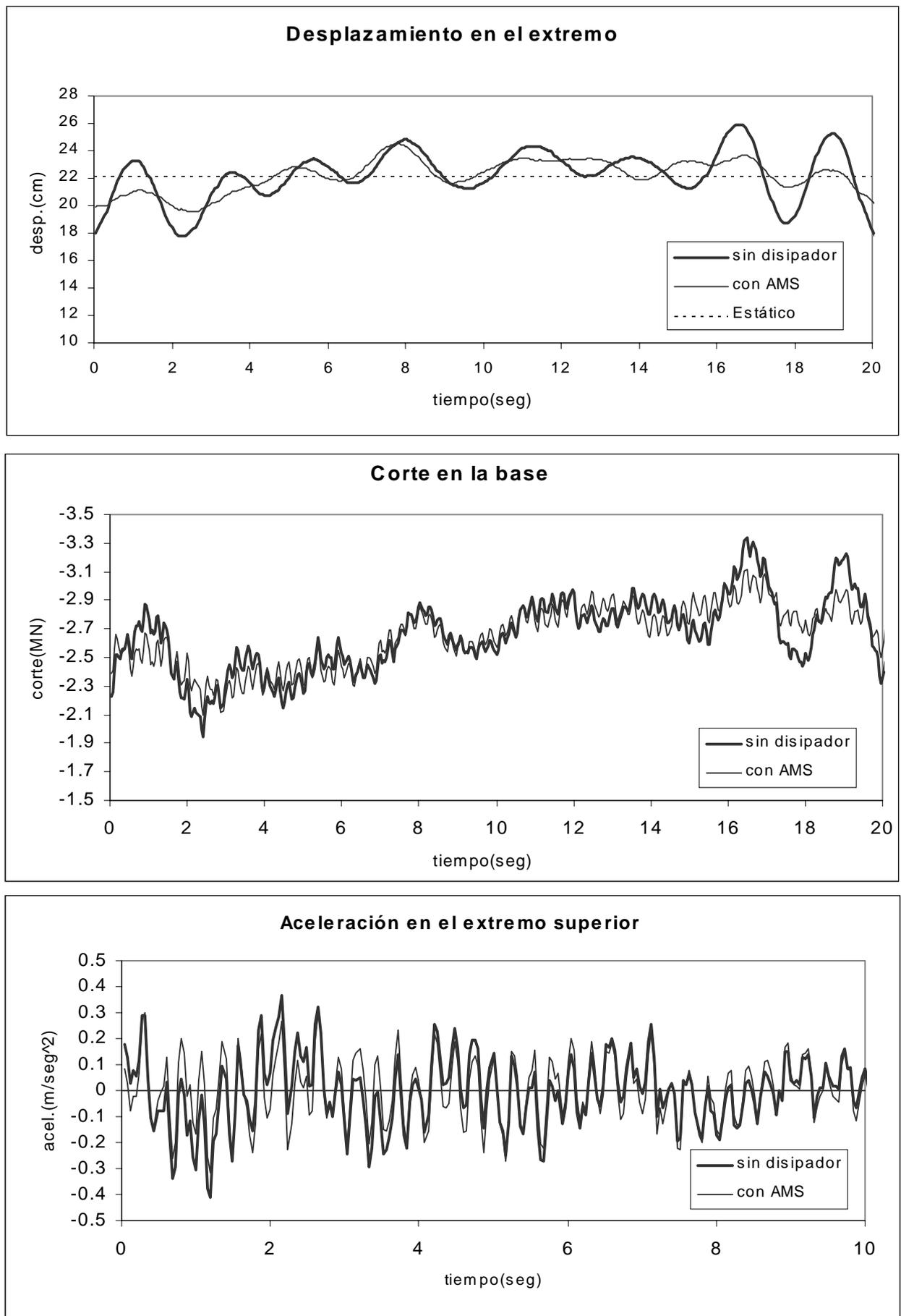


Figura 6.4: Respuesta dinámica de la chimenea A con y sin AMS.

### 6.2.1.3. Chimenea B

Esta chimenea tiene 250 m de altura, es de sección circular y de hormigón armado. A medida que crece la altura, disminuye el espesor linealmente, manteniendo el diámetro exterior constante (Figura 6.5). El diámetro exterior es de 20 m, siendo el espesor inicial 0.60 m y final 0.30 m (Vickery (1998)). La frecuencia fundamental es 0.28 Hz. Los datos de la chimenea son los siguientes:

$$H = 250 \text{ m}$$

$$M = 16542000 \text{ kg}$$

$$\nu = 0.3$$

$$E = 3.5 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$\mu_e = 0.01$$

$$k_{cx} = k_{cy} = 0.67$$

$$\rho = 2400 \text{ kg/m}^3$$

<i>Extremo superior</i>	<i>Extremo inferior</i>
diámetro exterior = 20 m	diámetro exterior = 20 m
diámetro interior = 19.4 m	diámetro interior = 18.8 m
$J_x = J_y = 900.91 \text{ m}^4$	$J_x = J_y = 1721.99 \text{ m}^4$
$J_d = 1801.82 \text{ m}^6$	$J_d = 3443.98 \text{ m}^6$
$F_t = 18.57 \text{ m}^2$	$F_t = 36.57 \text{ m}^2$

Los datos del viento incorporados al archivo de datos son:

$$V_{10} = 40 \text{ m/seg}$$

$$C_{VX} = 0.0$$

$$C_{VY} = 0.6$$

$$C_T = 0.0$$

$$K_V = 1.00$$

$$cv = 0.11$$

$$B_l = 1.0$$

$$F_r = 1.0$$

$$p_l = 0.15$$

$$C_z = 7.0$$

$$b = 20 \text{ m}$$

El AMS se coloca en el extremo superior de la chimenea y en el centro de la misma. Los parámetros  $\mu$ ,  $r_f$  y  $\zeta_e$  tienen los mismos valores que en el ejemplo 6.2.2 . Resultando:

$$m_y = 165420.0 \text{ kg} \qquad k_y = 511992.75 \text{ N/m} \qquad c_y = 26191.98 \text{ kg/seg.}$$

En la figura 6.6. se ilustra el comportamiento de la chimenea 2 y en la tabla 6.3 un resumen de los valores máximos.

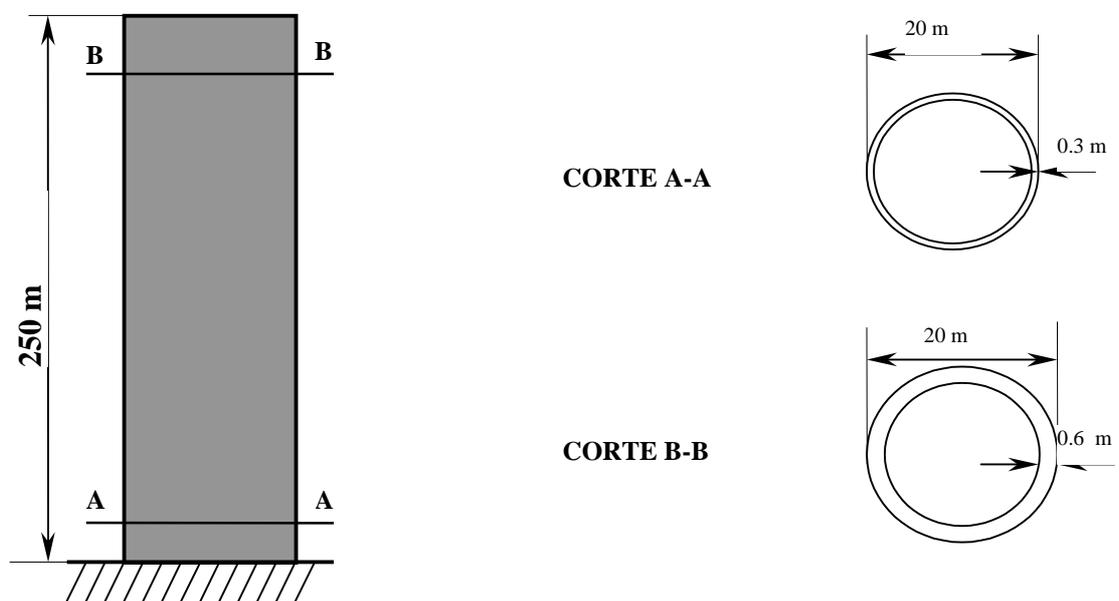


Figura 6.5: Chimenea B.

Variable Valores máximos	Sin disipador	con AMS	
	valor	valor	% de reducción
Desplazamiento (cm)	33.92	31.43	7.34
Despl. parte fluctuante (cm)	8.37	5.88	29.75
Aceleración (cm/seg <sup>2</sup> )	32.69	18.73	42.70
Corte en la base (MN)	8.01	7.11	11.24

Tabla 6.3: Valores máximos de la chimenea B con y sin AMS.

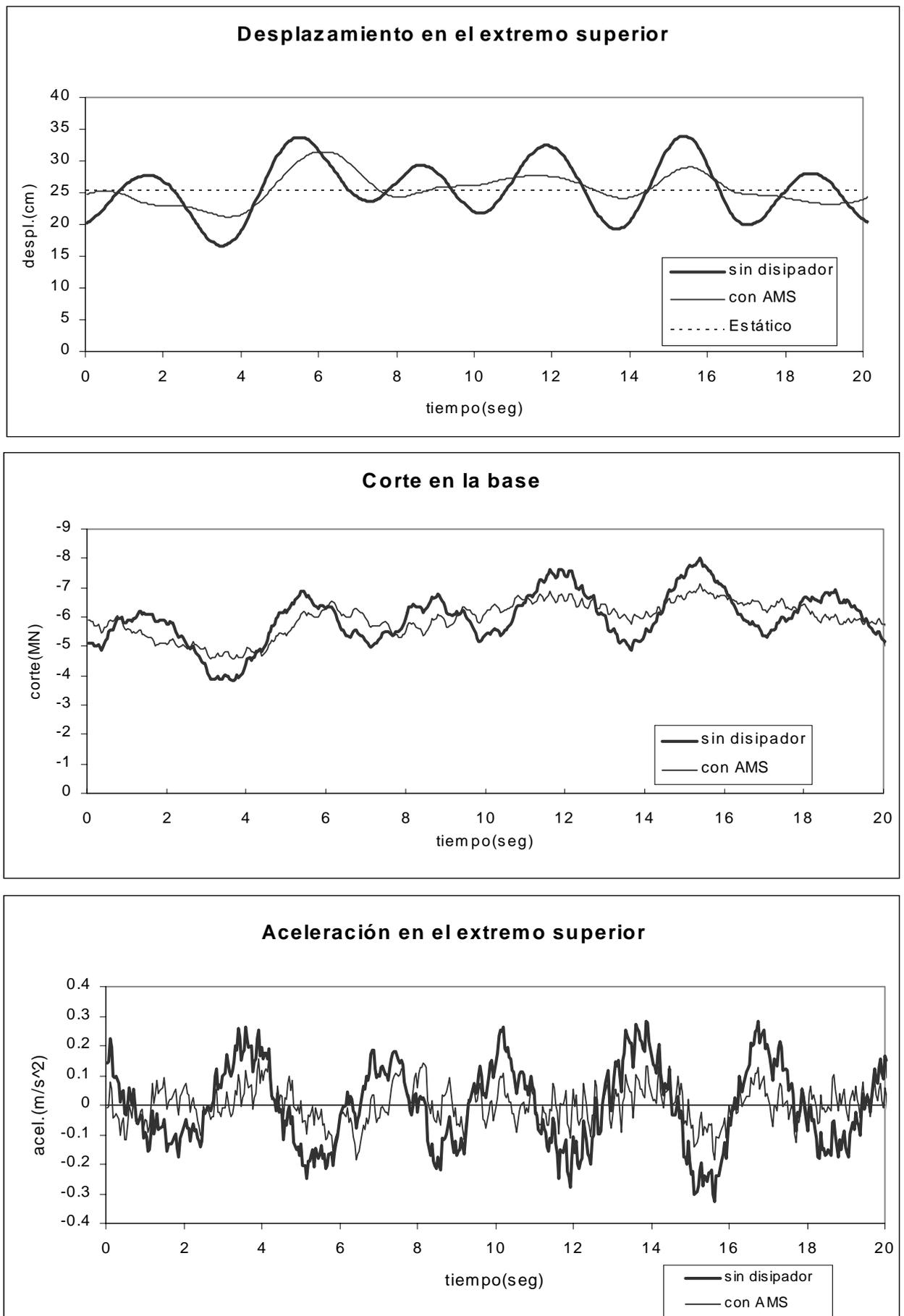


Figura 6.6: Respuesta dinámica de la chimenea B con y sin AMS.

## 6.2.2. Respuesta dinámica bajo acción sísmica

Se estudiaron todos los ejemplos de la sección 6.2.1. bajo los sismos de Caucete (San Juan, Argentina, 1973) y Viña del mar (Viña del Mar, Chile, 1985). Los acelerogramas de los sismos se muestran en las figuras 6.7 y 6.8; y sus espectros de respuesta de pseudoaceleraciones se grafican en la figura 6.9. Se utilizaron los mismos parámetros para el cálculo de los amortiguadores de masa sintonizados y la misma ubicación en planta que para el caso de carga de viento.

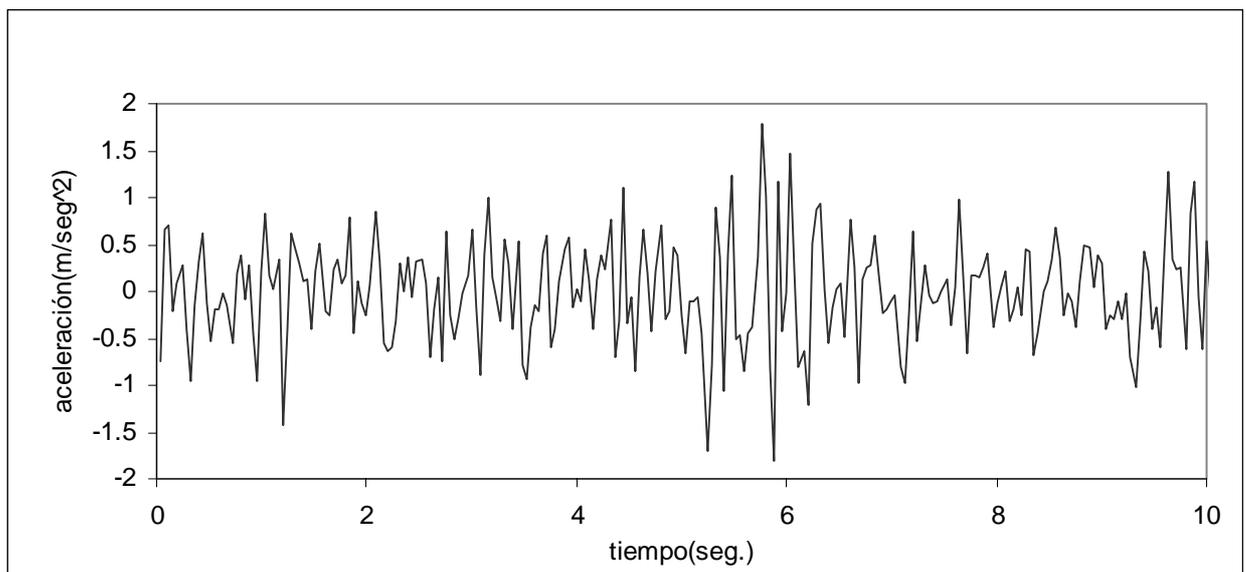


Figura 6.7: Acelerograma de Caucete.

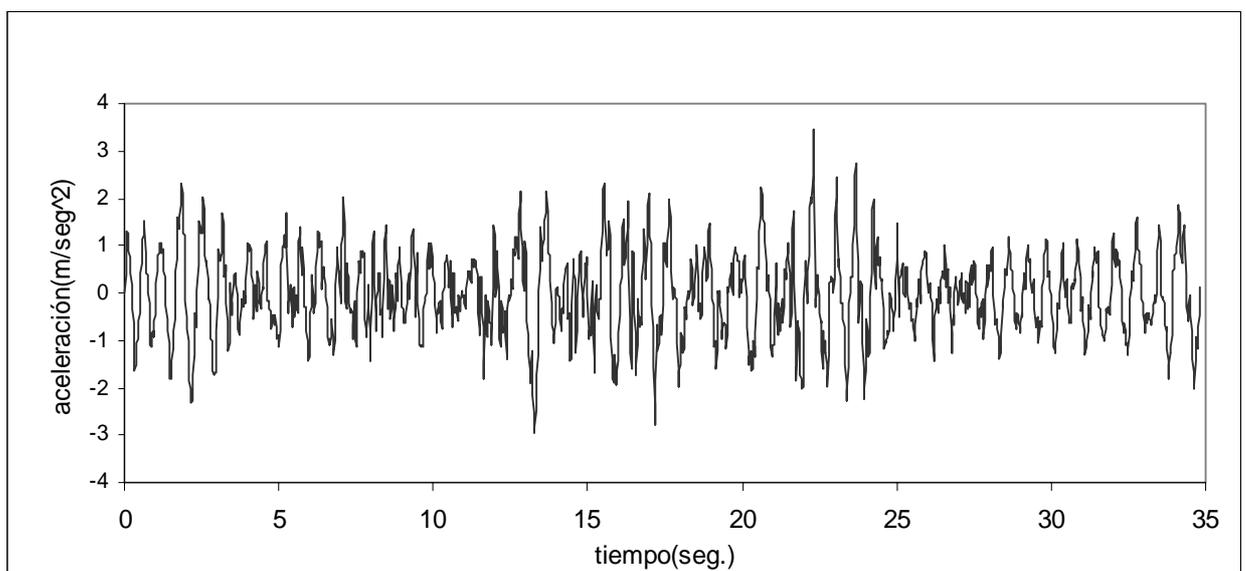


Figura 6.8: Acelerograma de Viña del Mar.

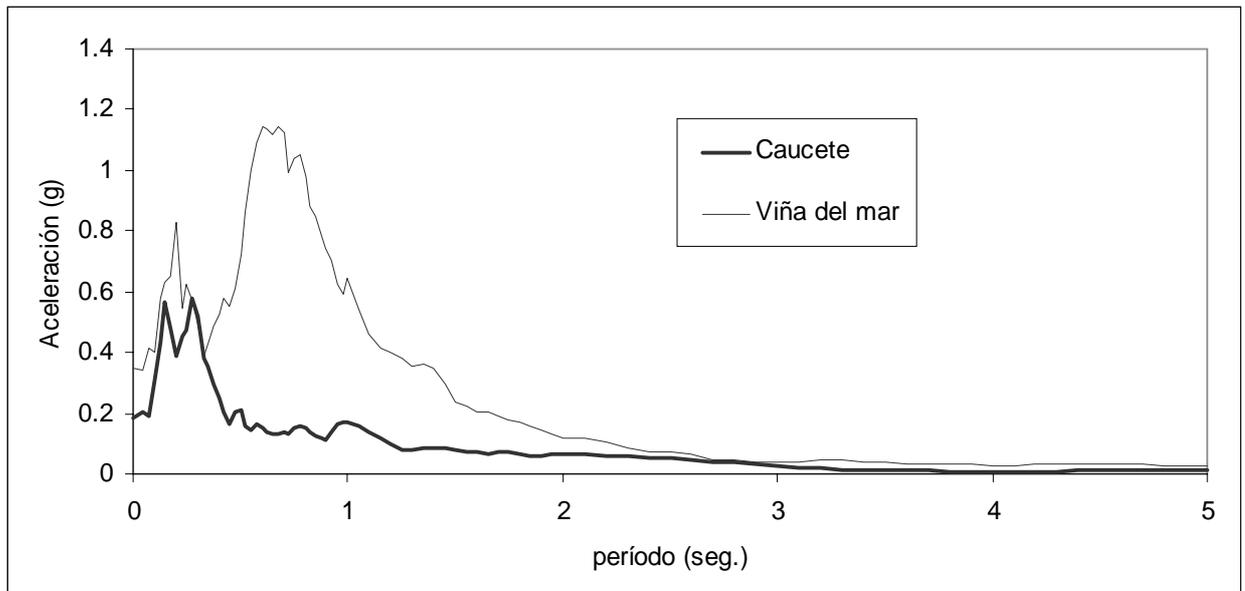


Figura 6.9: Espectros de respuesta de los acelerogramas utilizados

### 6.2.2.1. Edificio Central Plaza

La respuesta dinámica de los desplazamientos bajo el sismo de Caucete se observa en la figura 6.10. y bajo el sismo de Viña del Mar en la figura 6.11. En la tabla 6.4, se muestra un cuadro resumen de los resultados.

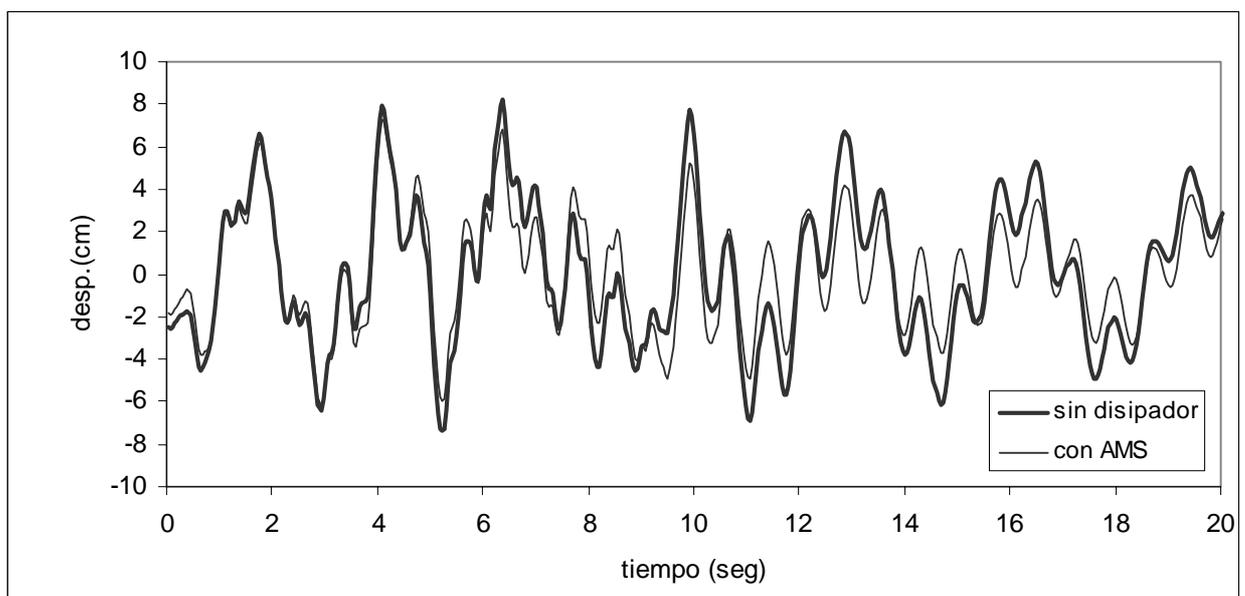


Figura 6.10: Desplazamientos del Edificio Central Plaza bajo el sismo de Caucete.

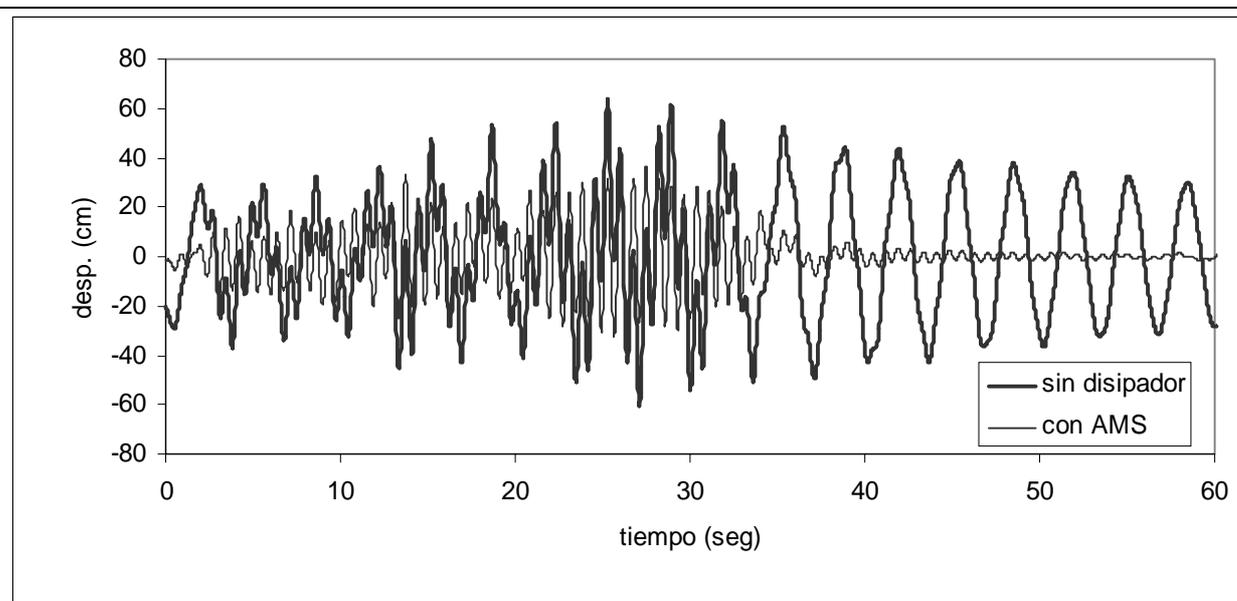


Figura 6.11: Desplazamientos del Edificio Central Plaza bajo el sismo de Viña del Mar.

Valores máximos	<i>Sismo Cauçete</i>			<b>Sismo Viña del Mar</b>		
	Sin disipador	Con AMS	% de reducción	Sin disipador	Con AMS	% de reducción
Desplazamiento (cm)	8.21	7.24	11.82	64.06	36.43	43.13
Corte en la base (MN)	101.17	105.45	-4.23	721.73	690.65	4.30

Tabla 6.4: Valores máximos de Edificio Central Plaza bajo carga sísmica.

### 6.2.2.2. Chimenea A

Para esta chimenea la respuesta de los desplazamientos en el tiempo se observa en las figuras 6.12. (sismo Cauçete) y 6.13. (sismo Viña del Mar). En la tabla 6.5 se transcriben los valores máximos correspondientes.

Valores máximos	<i>Sismo Cauçete</i>			<b>Sismo Viña del Mar</b>		
	Sin disipador	Con AMS	% de reducción	Sin disipador	Con AMS	% de reducción
Desplazamiento (cm)	19.78	9.91	49.90	54.70	28.85	47.25
Corte en la base (MN)	13.06	13.96	-6.89	28.37	27.09	4.51

Tabla 6.5: Valores máximos de la chimenea A bajo carga sísmica.

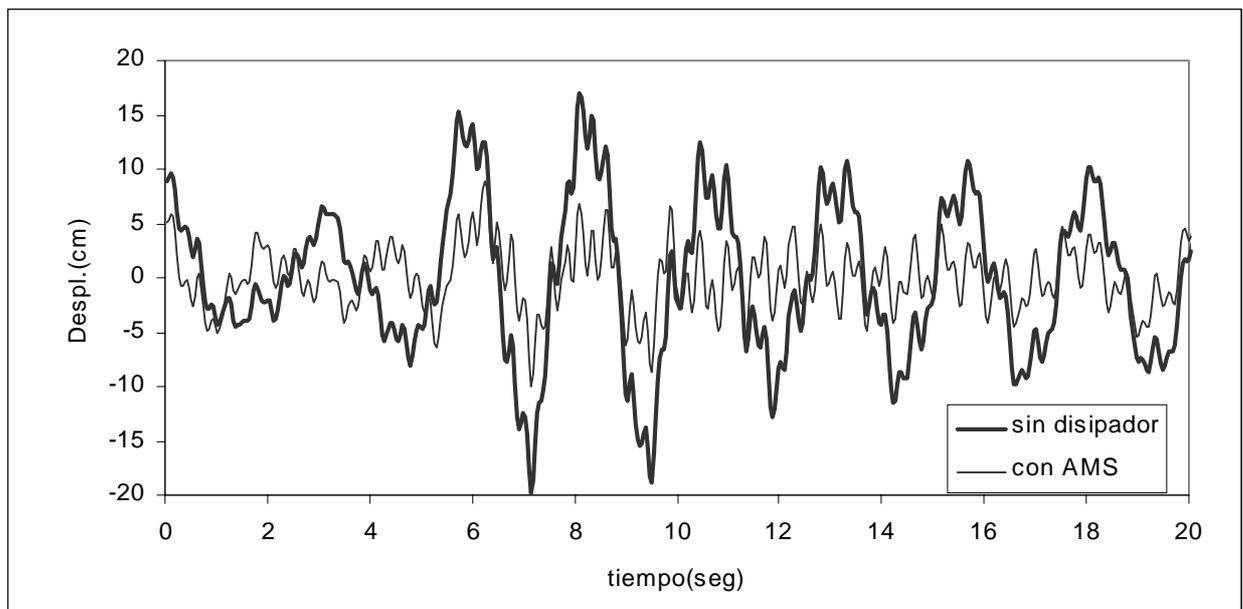


Figura 6.12: Desplazamientos de la chimenea A bajo el sismo de Cauçete.

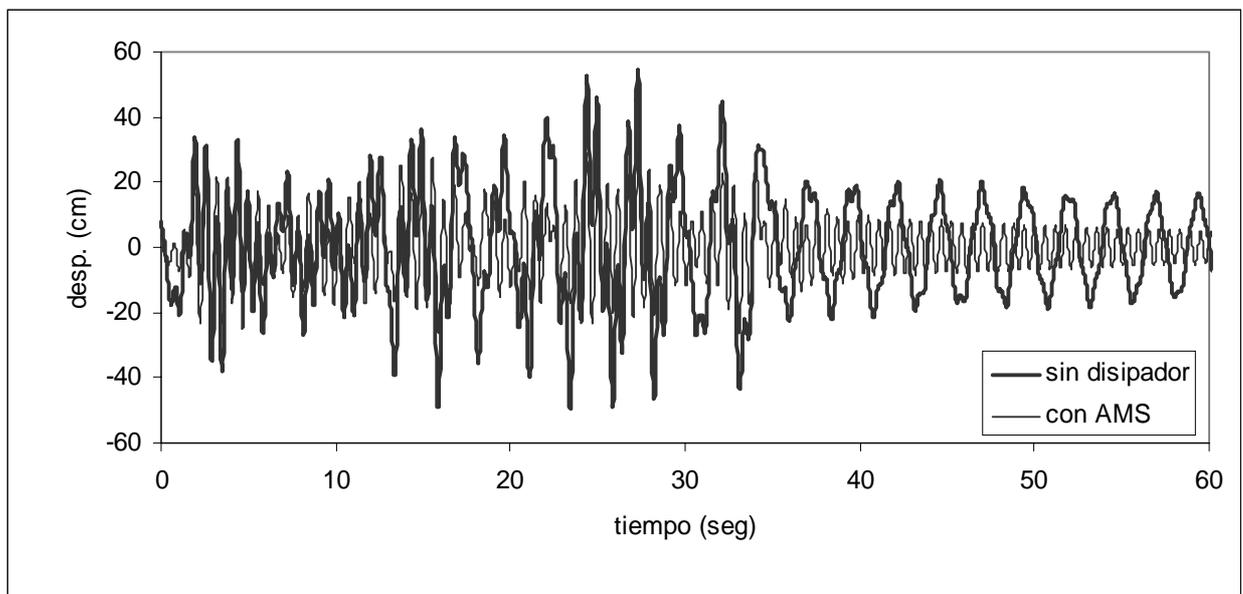


Figura 6.13: Desplazamientos de la chimenea A bajo el sismo de Viña del Mar.

### 6.2.2.3. Chimenea B

Esta chimenea de 250 m posee el siguiente comportamiento bajo los sismos Cauçete (Figura 6.14) y Viña del Mar (Figura 6.15). En la tabla 6.6 se observan los valores máximos obtenidos con y sin amortiguador en los 2 casos estudiados.

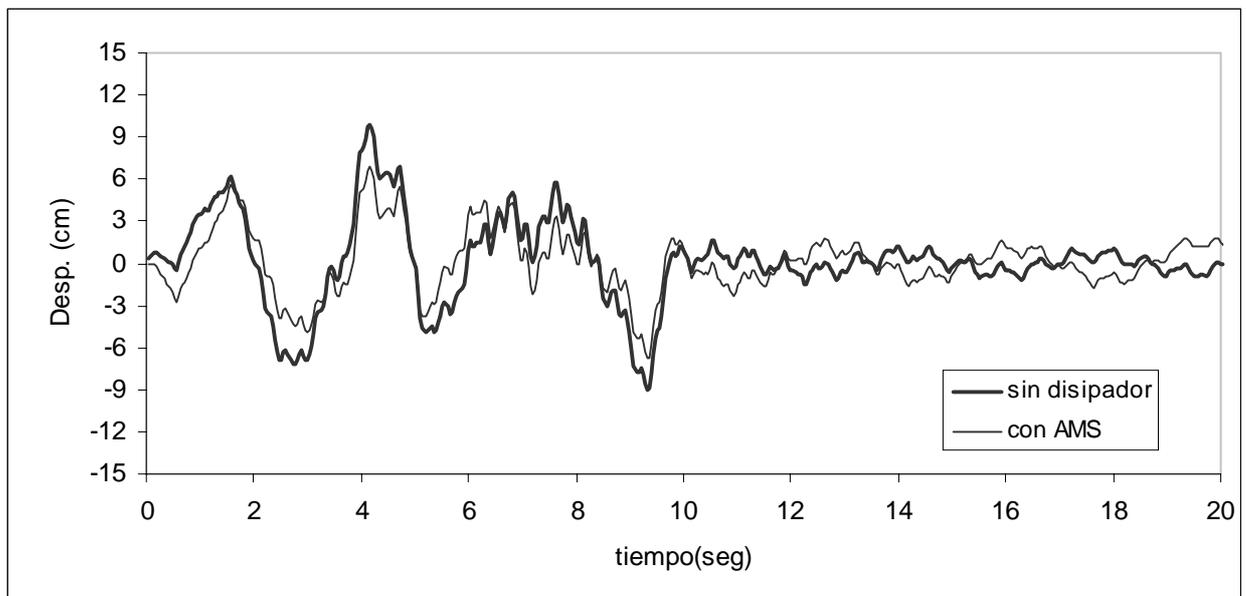


Figura 6.14: Desplazamientos de la chimenea B bajo el sismo de Cauçete.

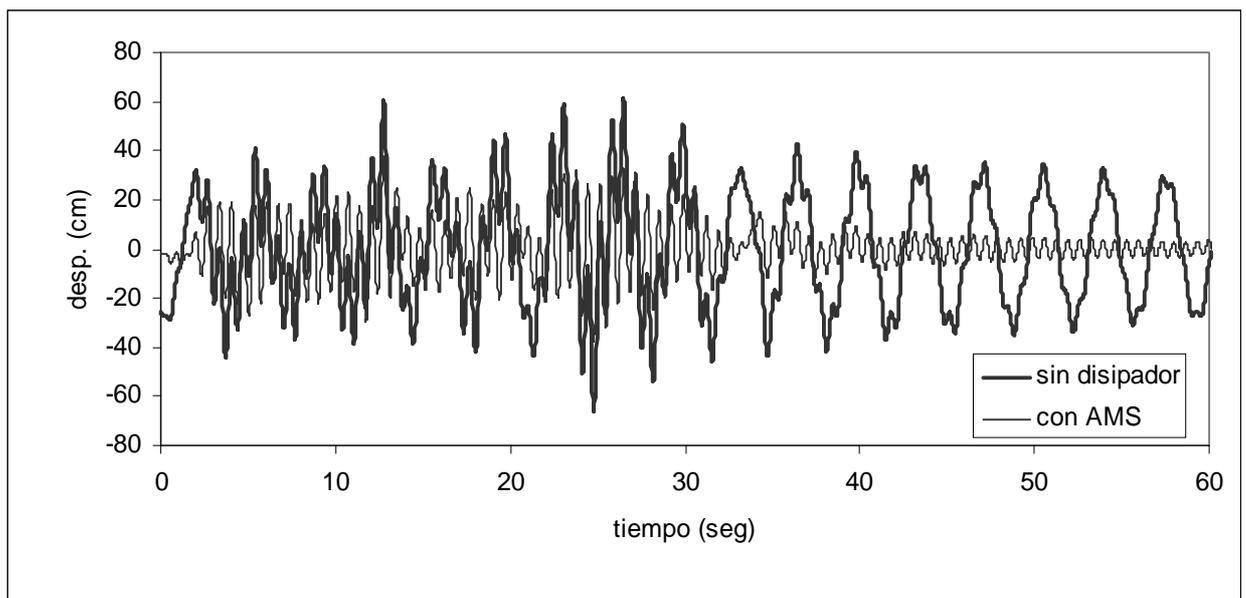


Figura 6.15: Desplazamientos de la chimenea B bajo el sismo de Viña del Mar.

Valores máximos	<i>Sismo Cauçete</i>			<i>Sismo Viña del Mar</i>		
	Sin amortiguador	Con AMS	% de reducción	Sin amortiguador	Con AMS	% de reducción
Desplazamiento (cm)	9.90	6.84	30.91	66.05	37.97	42.51
Corte en la base (MN)	19.59	19.65	-0.31	94.34	92.59	1.85

Tabla 6.6: Valores máximos de la chimenea B bajo carga sísmica.

### 6.2.2.4. Edificio Torres de Miramar

Para analizar mejor el comportamiento del amortiguador de masa sintonizado bajo carga sísmica, se propone analizar este edificio que posee un período fundamental más cercano al contenido de frecuencia de los sismos elegidos para este análisis.

El edificio Torres de Miramar se encuentra en la ciudad de Viña del Mar, Chile. En la figura 6.16 se presenta un esquema de la planta del primer piso (*Ambrosini, (1994)*). La frecuencia fundamental es 0.97 Hz. Los datos completos para este caso son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 H &= 55.91 \text{ m} \\
 M &= 10546862.4 \text{ kg} \\
 \nu &= 0.2 \\
 E &= 2.352 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2 \\
 \mu_e &= 0.01 \\
 k_{cx} &= k_{cy} = 0.20 \\
 f_1 &= 0.97 \text{ hertz} \\
 J_x &= J_y = 290.0 \text{ m}^4 \\
 J_\varphi &= 2203.3 \text{ m}^6 \\
 Jd &= 0.941 \\
 Ft &= 24.0 \text{ m}^2
 \end{aligned}$$

Para la modelación de este edificio se ha utilizado el mismo concepto de densidad ficticia definida por la ecuación 6.1. Se obtiene  $\rho_{\text{fict.}} = 7860 \text{ Kg/m}^3$

La masa, rigidez y amortiguamiento del AMS se calcularon considerando los siguientes parámetros:  $\mu = 0.01$ ,  $r_f = 1$  y  $\zeta_e = 0.045$ . El disipador está ubicado en el centro del edificio. Resultando:

$$m_y = 105468.62 \text{ kg} \qquad k_y = 3924487.5 \text{ N/m} \qquad c_y = 57902.27 \text{ kg./seg.}$$

La respuesta dinámica de los desplazamientos bajo el sismo de Cauete se observa en la figura 6.17. y bajo el sismo de Viña del Mar en la figura 6.18. En la tabla 6.7, se muestra un cuadro resumen de los resultados máximos.

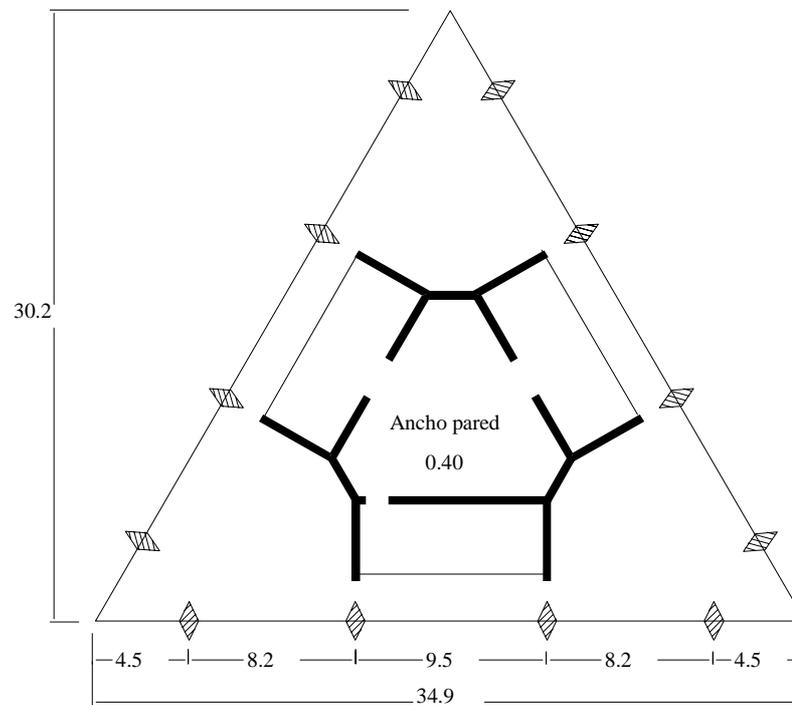


Figura 6.16: Edificio Torres de Miramar

Valores máximos	<i>Sismo Cauçete</i>			<b>Sismo Viña del Mar</b>		
	Sin amortiguador	Con AMS	% de reducción	Sin amortiguador	Con AMS	% de reducción
Desplazamiento (cm)	6.83	3.37	50.65	24.65	14.34	41.82
Corte en la base (MN)	15.16	14.49	4.42	37.83	25.39	32.88

Tabla 6.7: Valores máximos del Edificio Torres de Miramar bajo carga sísmica.

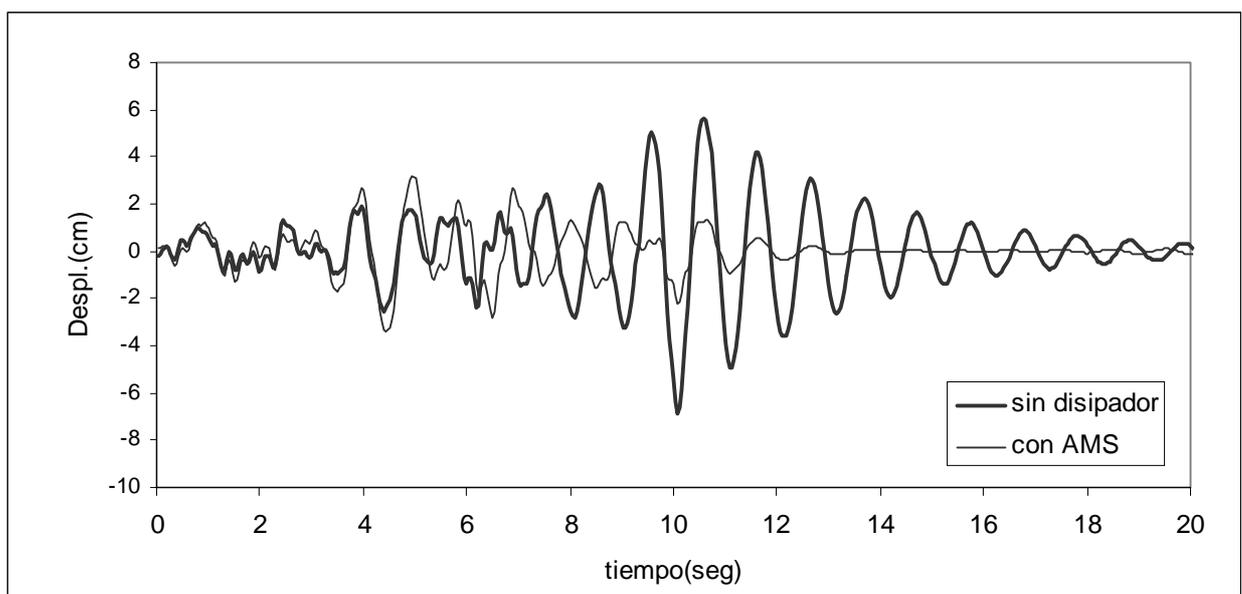


Figura 6.17: Desplazamientos del Edificio Torres de Miramar bajo el sismo de Cauçete.

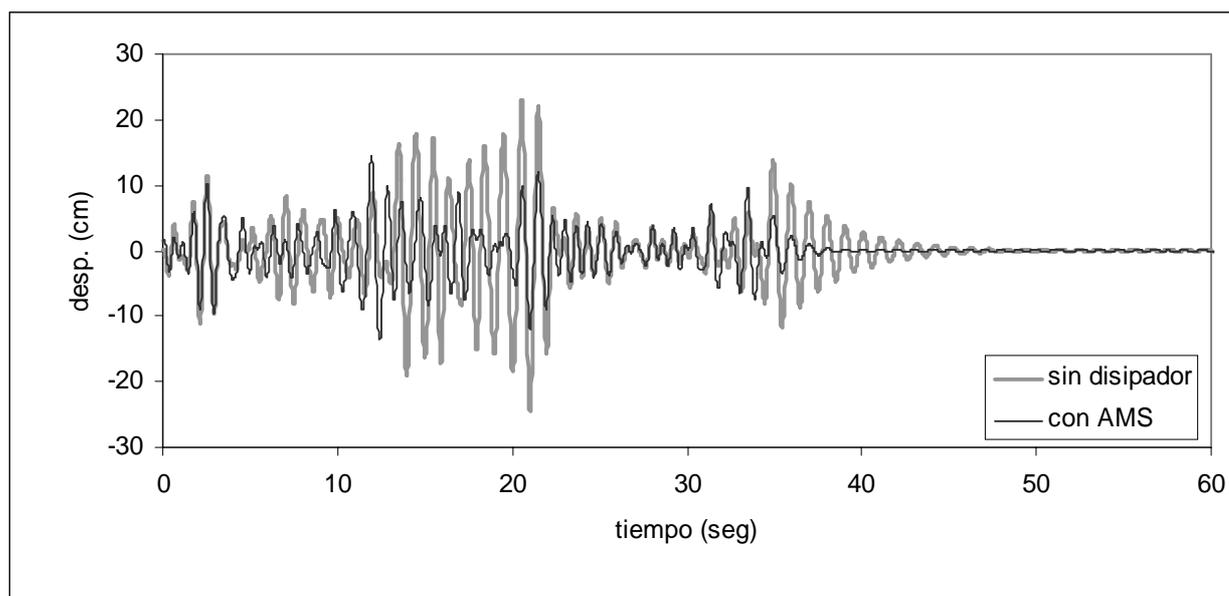


Figura 6.18: Desplazamientos del Edificio Torres de Miramar bajo el sismo de Viña del Mar.

### 6.2.3. Estudio de la variación de los parámetros óptimos

En esta sección se mostrará como afecta la variación de los parámetros a la respuesta máxima de los desplazamientos bajo carga de viento, en los 3 ejemplos estudiados anteriormente. En todos los casos se varió el rango de la relación de masa  $\mu$  (la masa del AMS sobre la masa total del edificio) entre el 0.5 % al 5.0 %, se observa las respuestas en la figura 6.19.

Otro de los parámetros a analizar es la relación de frecuencia  $r_f$  (cociente entre la frecuencia del amortiguador y la frecuencia de la estructura), siendo este efecto de sintonización una variable muy importante. Se varía entre el 0.9 y 1.3. Se presentan los resultados en la figura 6.20.

La relación de amortiguamiento del AMS  $\zeta_e$  se estudia entre el siguiente rango de valores 0 y 0.10 (Figura 6.21).

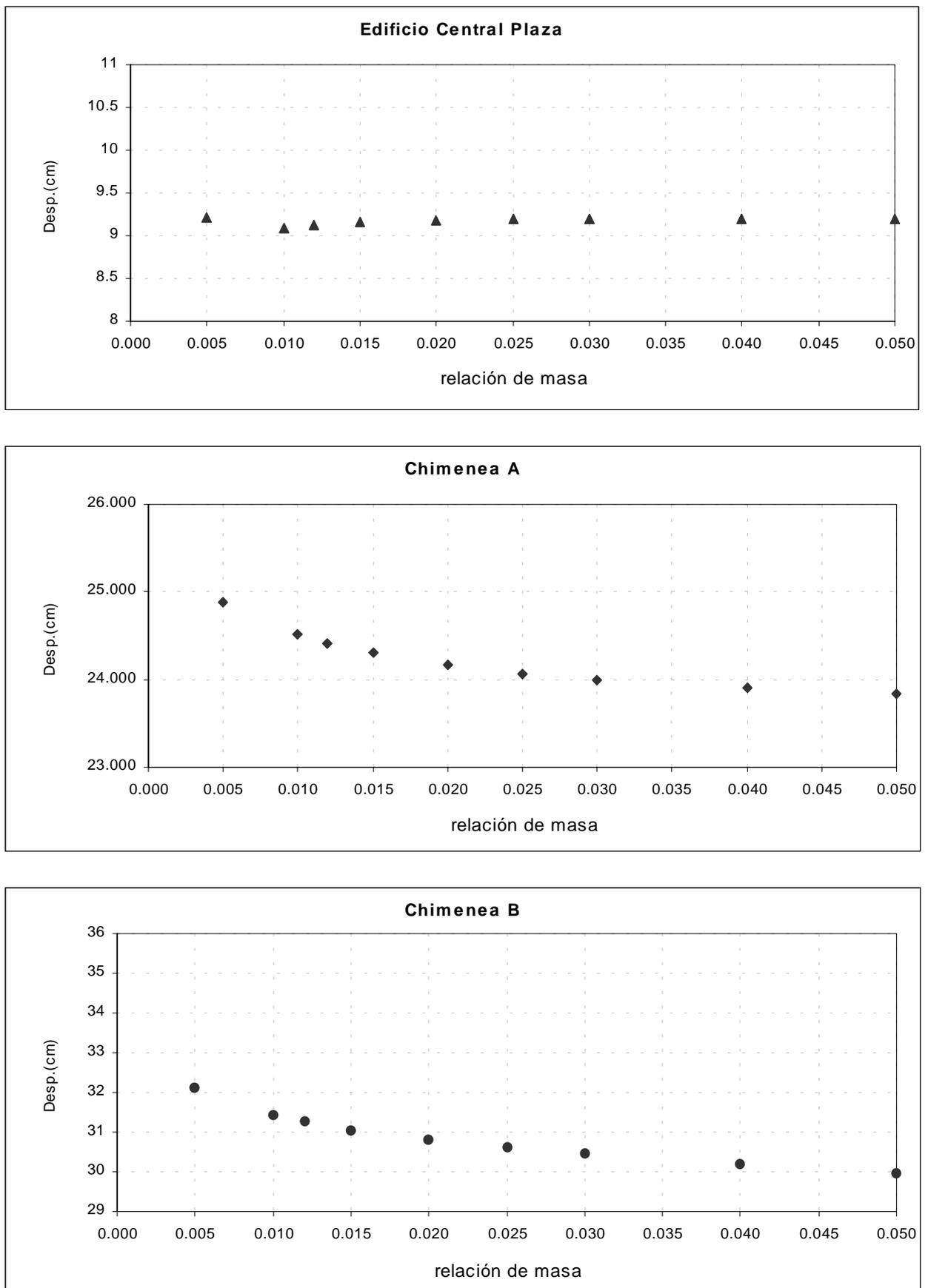


Figura 6.19: Estudio del parámetro relación de masa.

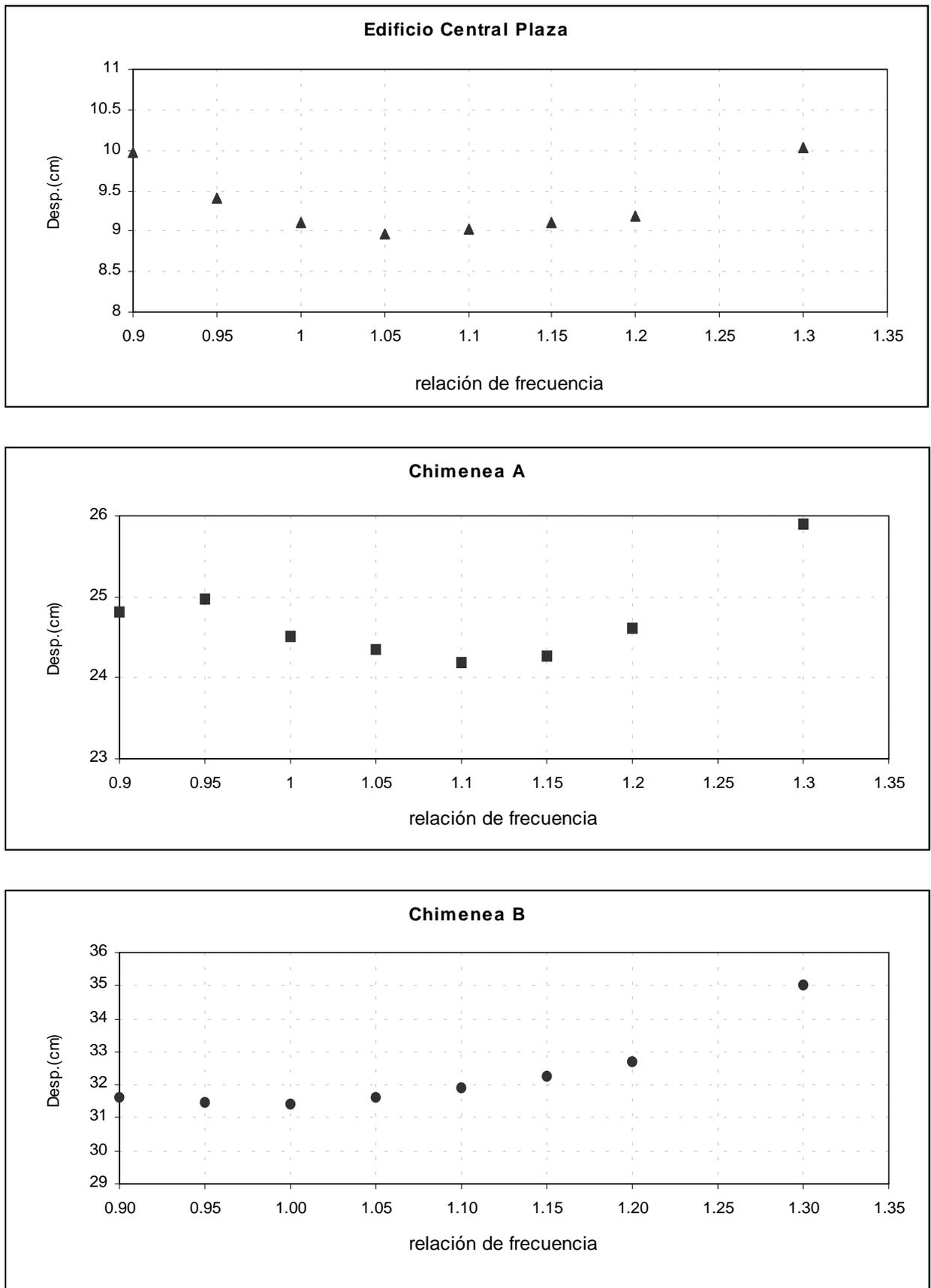


Figura 6.20: Estudio del parámetro relación de frecuencia.

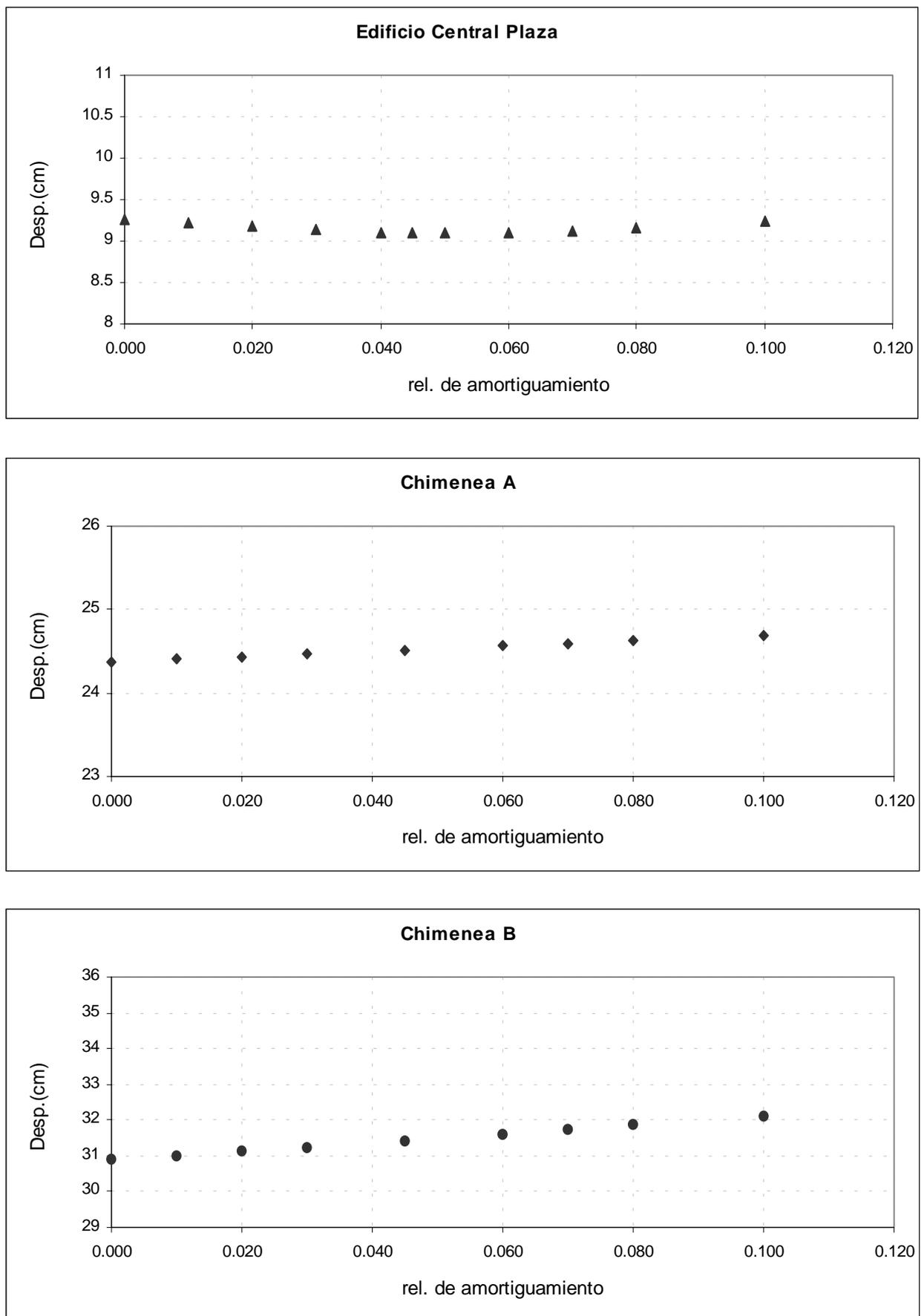


Figura 6.21: Estudio del parámetro relación de amortiguamiento.

## 6.3. AMORTIGUADOR DE LIQUIDO SINTONIZADO.

### Acción del viento

En los ejemplos subsiguientes se usó la misma carga de viento propuesta para cada caso en la sección 6.1. El criterio que prevaleció para la elección del número de recipientes es el de lograr una masa física del amortiguador de líquido sintonizado, representada por el parámetro  $m_t$ , del orden de la masa usada para cada ejemplo con el amortiguador de masa sintonizada. El amortiguador de líquido sintonizado en todos los ejemplos se ubicó en la parte superior de la estructura y, en planta, en el centro de masa que es coincidente con el centro de corte de la misma.

#### 6.3.1. Edificio Central Plaza

El amortiguador de líquido sintonizado se coloca en el extremo superior y en el centro del edificio. Se fijan  $(h/a) = 0.5$ ,  $\omega_t$  igual a la frecuencia fundamental de la estructura y con  $n=16$  se alcanza una masa de agua del orden de la masa del AMS y  $\zeta_t = 0.04$ . Resultando:

$$m_t = 1141601.15 \text{ kg}$$

$$m_y = 376728.38 \text{ kg}$$

$$k_y = 1383346.61 \text{ N/m}$$

$$c_y = 174984.62 \text{ kg/seg}$$

En la figura 6.22 se observa la respuesta en el tiempo de los desplazamientos, corte en la base y aceleraciones y en la tabla 6.8 un resumen de los valores máximos obtenidos.

Variable Valores máximos	Sin disipador	con ALS	
	valor	valor	%de reducción
Despl. total (cm)	10.41	9.55	8.26
Despl. parte fluctuante (cm)	2.9	2.04	29.65
Aceleración (cm/seg <sup>2</sup> )	18.5	13.77	25.56
Corte en la base (MN)	22.97	21.29	11.10

Tabla 6.8: Valores máximos de Edificio Central Plaza con y sin ALS.

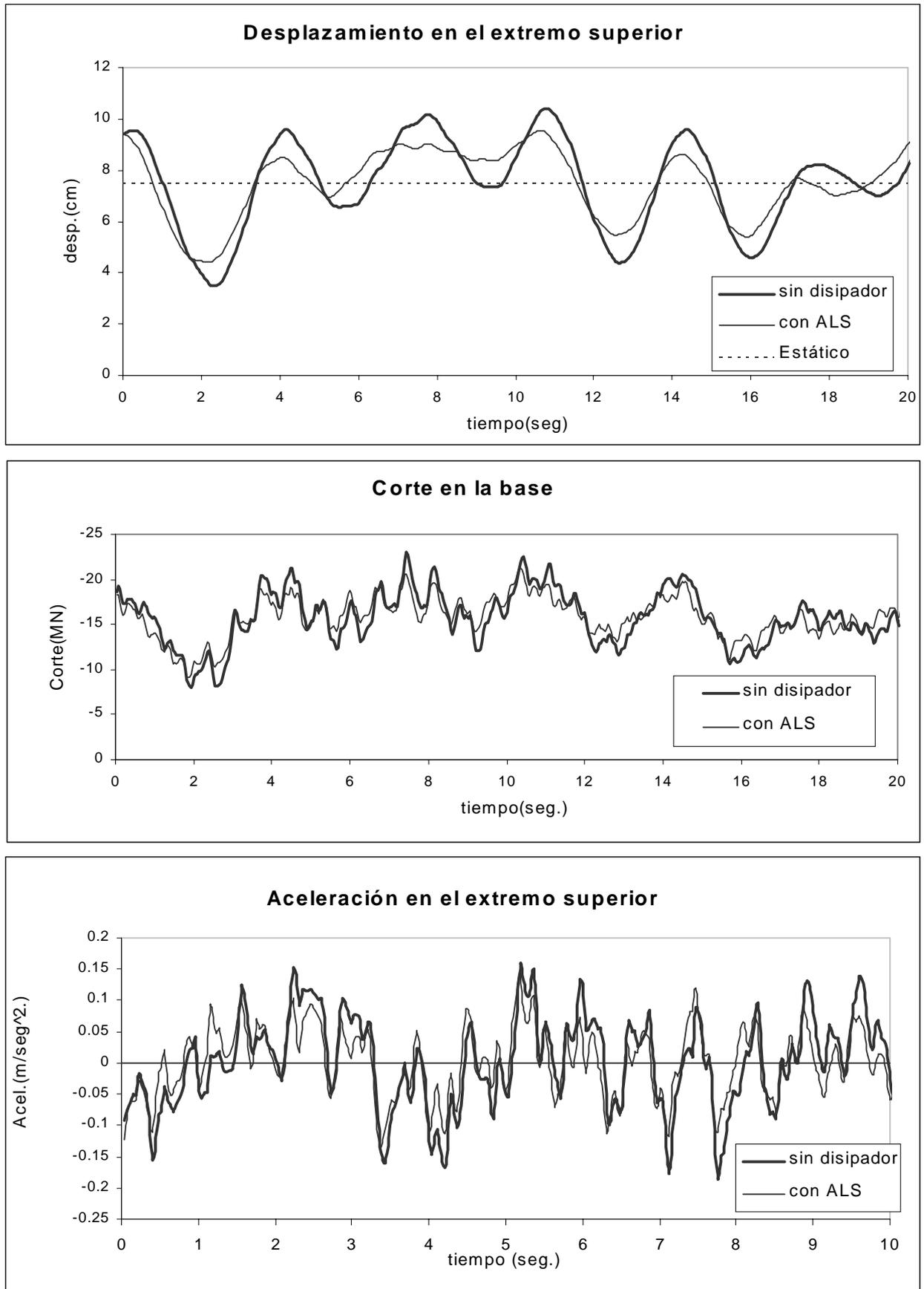


Figura 6.22. Respuesta del Edificio Central Plaza con y sin ALS.

### 6.3.2. Chimenea A

En este caso se adoptan los siguientes valores para el cálculo de los parámetros del ALS:  $h/a = 0.4$ ;  $n = 8$ ;  $\omega_t$  igual a la frecuencia fundamental de la chimenea y  $\zeta_t = 0.02$ . Los valores resultantes son:

$$m_t = 57722.35 \text{ kg}$$

$$m_y = 20582.00 \text{ kg}$$

$$k_y = 129995.93 \text{ N/m}$$

$$c_y = 5802.25 \text{ kg/seg}$$

En la figura 6.23. se ilustra el comportamiento de la chimenea A y en la tabla 6.9 un resumen de los valores máximos.

Variable Valores máximos	Sin disipador	con ALS	
	valor	valor	%de reducción
Despl. total (cm)	25.94	25.19	2.50
Despl. parte fluctuante (cm)	3.78	3.04	19.57
Aceleración (cm/seg <sup>2</sup> )	42.69	33.24	22.13
Corte en la base (MN)	3.34	3.13	6.28

Tabla 6.9: Valores máximos de la Chimenea A con y sin ALS.

### 6.3.3. Chimenea B

Para el cálculo de los parámetros del ALS se utilizó  $(h/a) = 0.4$ ,  $\omega_t$  igual a la frecuencia de la estructura,  $n = 3$  y con  $\zeta_t = 0.02$ , obteniéndose los siguientes valores:

$$m_t = 184225.48 \text{ kg}$$

$$m_y = 65689.09 \text{ kg}$$

$$k_y = 203307.75 \text{ N/m}$$

$$c_y = 12962.10 \text{ kg/seg.}$$

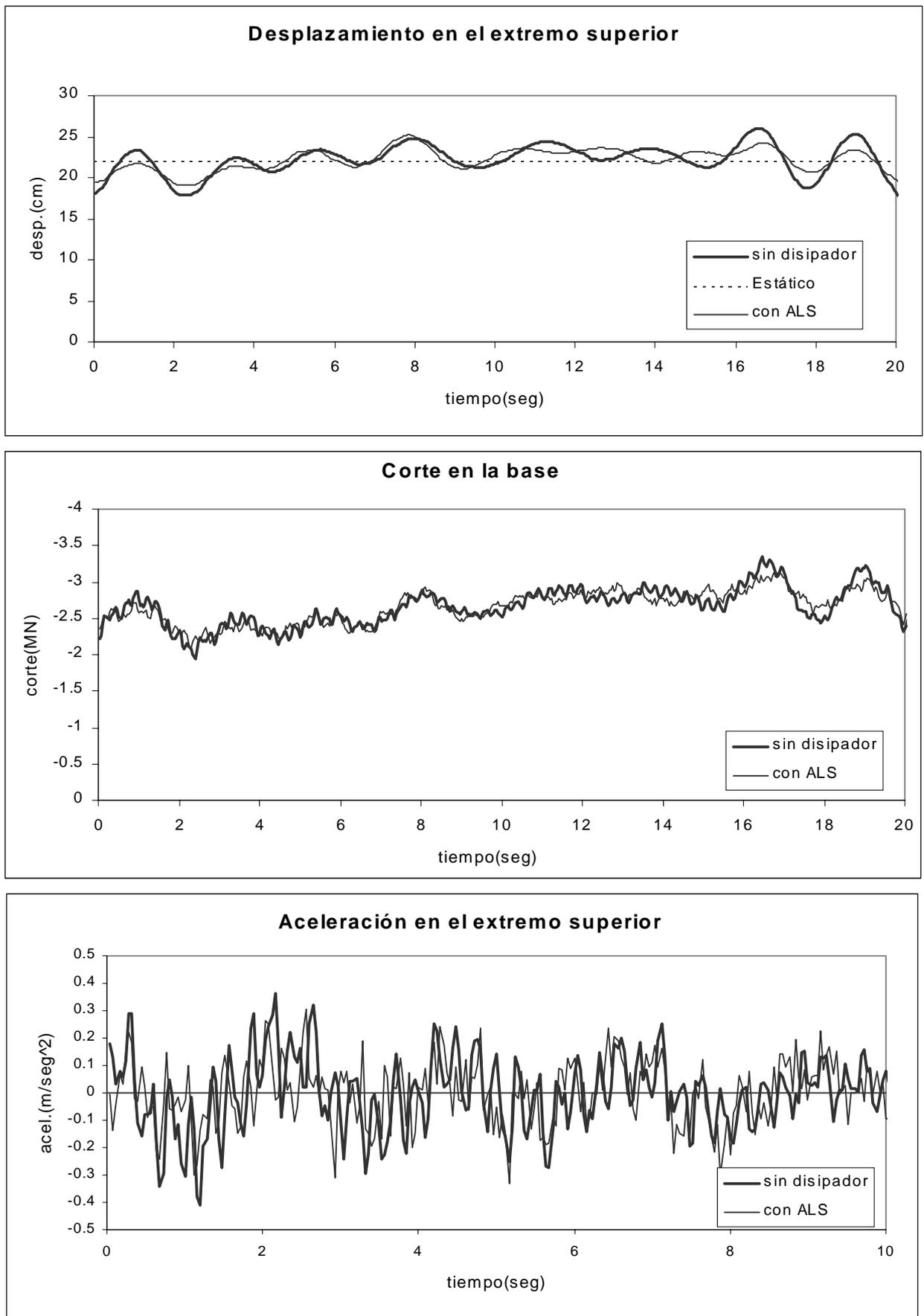


Figura 6.23: Respuesta de la Chimenea A con y sin ALS.

En la figura 6.24 se observa el comportamiento de esta chimenea y en la tabla 6.10 un resumen de los valores máximos obtenidos.

Variable Valores máximos	Sin disipador	con ALS	
	valor	valor	%de reducción
Desplazamiento (cm)	33.92	32.89	3.04
Despl. parte fluctuante (cm)	8.37	7.34	12.30
Aceleración (cm/seg <sup>2</sup> .)	32.69	29.30	10.37
Corte en la base (MN)	8.01	7.44	7.11

Tabla 6.10: Valores máximos de la Chimenea 2 con y sin ALS.

## 6.4. COMPARACIÓN ENTRE AMS Y ALS

En esta sección, se presenta una comparación en el tiempo de duración de la carga de viento para los ejemplos estudiados de los sistemas de control pasivo de vibraciones propuestos: AMS y ALS.

La carga de viento que se utilizó en cada caso es la misma para el amortiguador de masa sintonizado y el amortiguador de líquido sintonizado. La intención de este punto es comparar en todo el tiempo el comportamiento de las estructuras para no analizar sólo los valores máximos de la respuesta.

En la figura 6.25 se observa los desplazamientos, corte en la base y las aceleraciones para el Edificio Central Plaza con AMS y ALS; en la figura 6.26 las mismas variables para la Chimenea A y en Figura 6.27 para la Chimenea B.

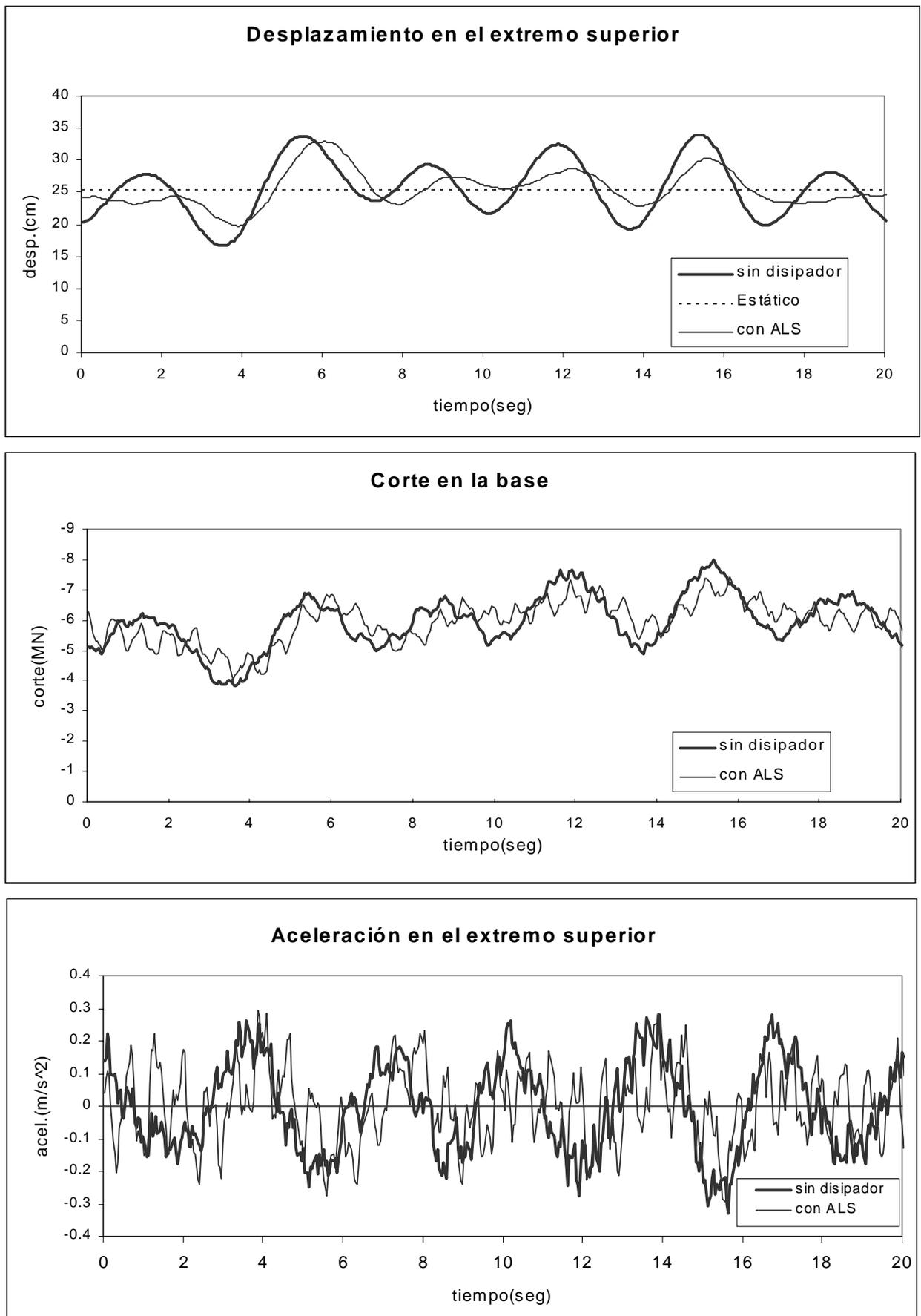


Figura 6.24: Respuesta de la Chimenea B con y sin ALS.

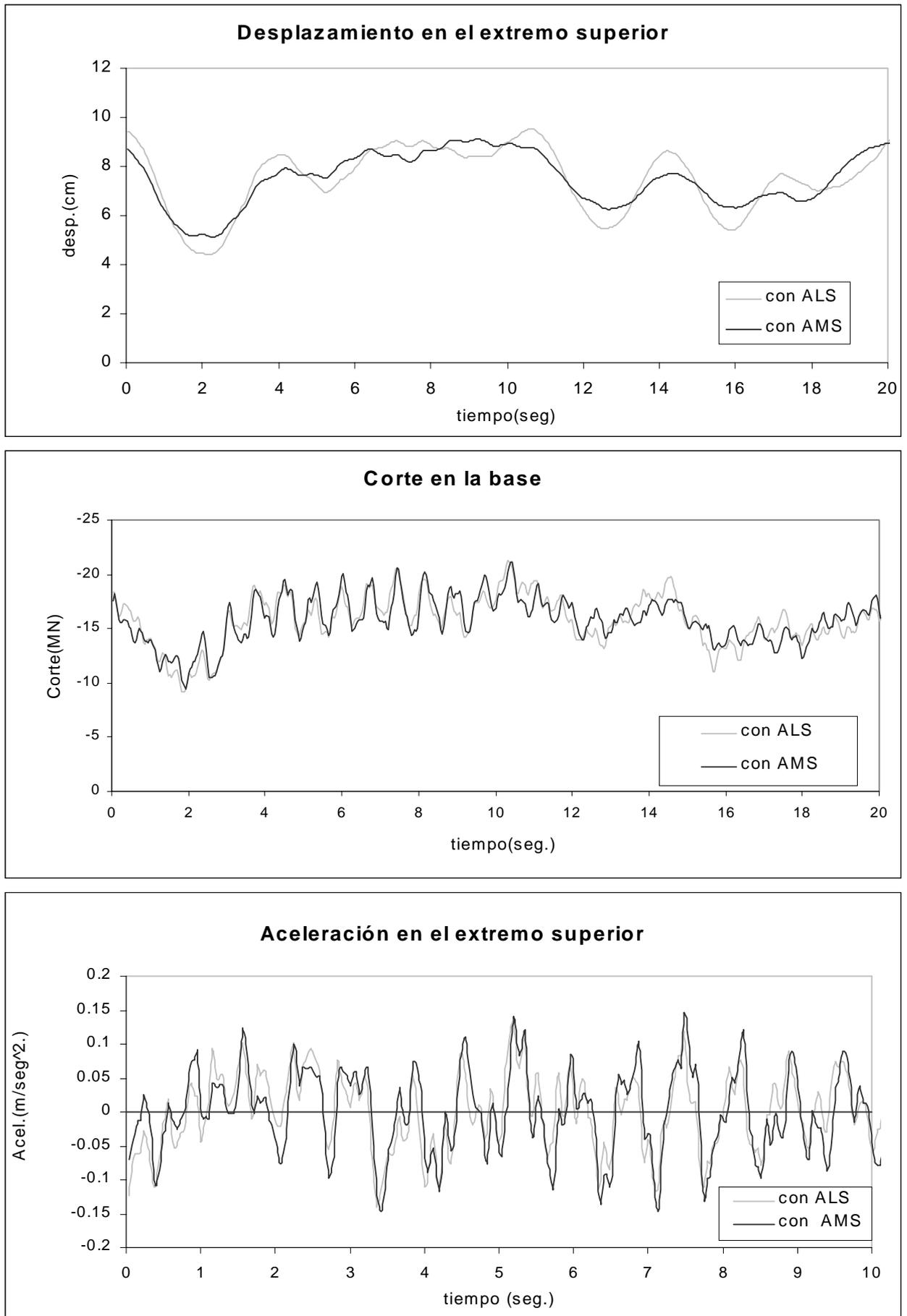


Figura 6.25: Comparación de AMS y ALS para Edificio Central Plaza.

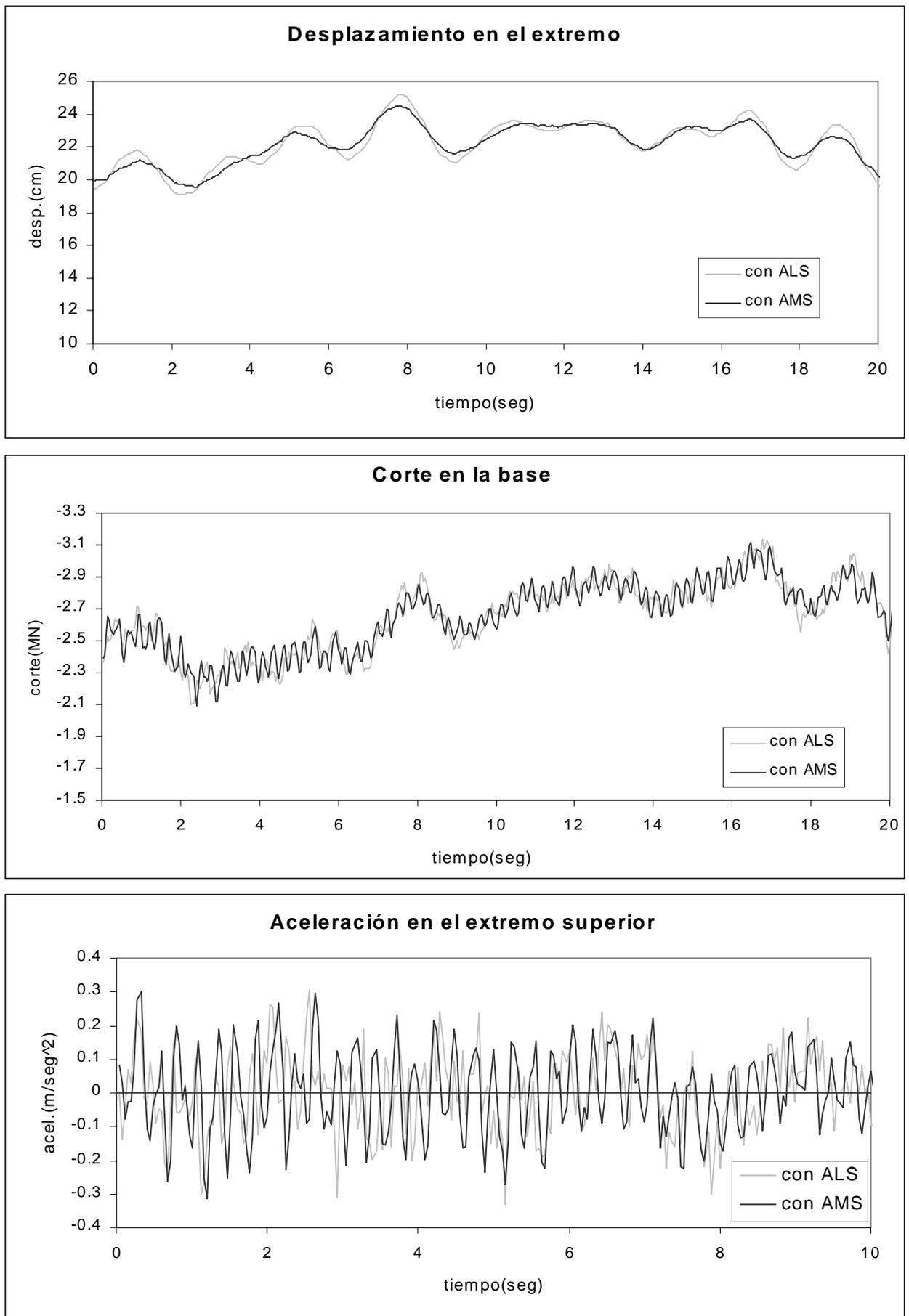


Figura 6.26: Comparación de AMS y ALS para Chimenea A.

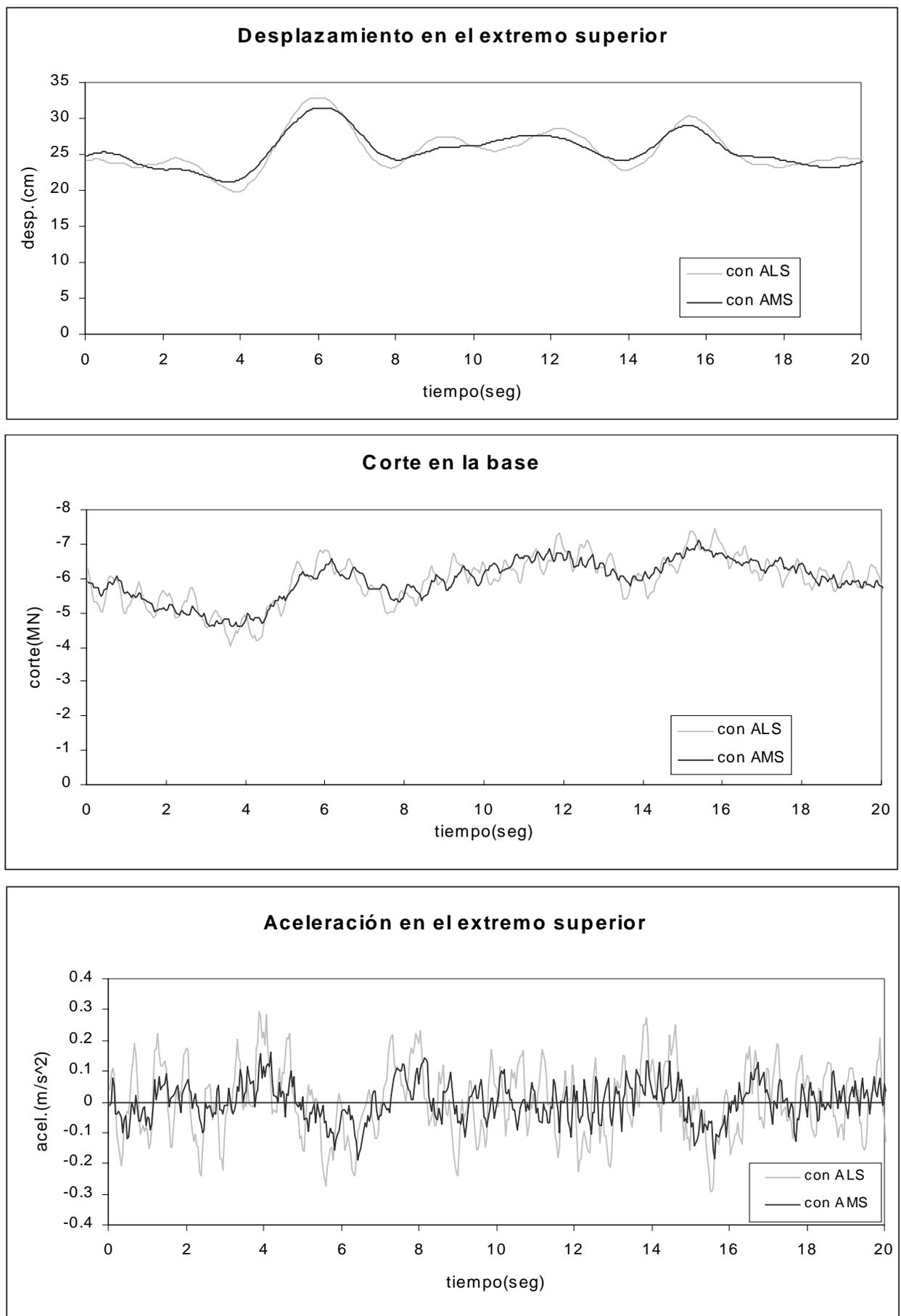


Figura 6.27: Comparación de AMS y ALS para Chimenea B.

# CAPÍTULO 7

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 7.1. INTRODUCCION

En este último capítulo, se realizará la discusión de la formulación y los resultados obtenidos en los capítulos precedentes. Para una mejor interpretación de los resultados, se presentará un cuadro resumen con los porcentajes de reducción obtenidos en todos los casos analizados sin amortiguador, con amortiguador de masa sintonizado y con amortiguador de líquido sintonizado bajo carga de viento y sísmica. A partir de los resultados obtenidos en el estudio paramétrico de los 3 ejemplos propuestos: un edificio y 2 chimeneas se formularán las conclusiones correspondientes.

Por último se realizan las recomendaciones y sugerencias para investigaciones futuras sobre tema control pasivo de vibraciones.

## 7.2. DISCUSION Y CONCLUSIONES

Con respecto al modelo presentado para el esquema de cálculo de las estructuras con amortiguador de masa sintonizado y con amortiguador de líquido sintonizado, desarrollado en el capítulo 4, puede establecerse lo siguiente:

- Las ecuaciones de movimiento del ALS y AMS bajo carga de viento son similares, cambiando la forma de cálculo de la interacción del disipador con la estructura.
- Para el amortiguador de masa sintonizada cambia la formulación de las ecuaciones de movimiento para el caso de sismo con relación a las de viento, por la inclusión de términos adicionales relacionados con las fuerzas de inercia generadas por la acción sísmica sobre la masa del disipador.
- Se presenta una formulación simple y sencilla para el cálculo de los parámetros del disipador (masa, rigidez y amortiguamiento) tanto para el AMS como para el ALS. En el caso del ALS se presenta una formulación que utiliza un modelo lineal equivalente del comportamiento del líquido.

Para poder formular con mayor claridad las conclusiones con respecto a los resultados obtenidos de los ejemplos propuestos, un edificio y 2 chimeneas, para carga de viento, se presenta la tabla 7.1, en la que se muestran todos los valores máximos obtenidos como porcentajes de reducción de los valores máximos obtenidos sin sistemas de control de vibraciones.

En base a la tabla 7.1 se puede afirmar que los sistemas de control de vibraciones, tanto el amortiguador de masa sintonizado como el amortiguador de líquido sintonizado, **reducen la respuesta máxima** en todos los casos estudiados bajo carga de viento. Los porcentajes de reducción varían de un caso a otro, tanto para los desplazamientos, corte en la base y aceleraciones, siendo en todos los casos, salvo las aceleraciones en el Edificio Central Plaza, más efectivo el amortiguador de masa sintonizado que el amortiguador de líquido sintonizado. Los órdenes de reducción de la parte fluctuante de los desplazamientos van de aproximadamente un 12 % hasta un 45 %, en el caso de corte en la base de un 6% hasta un 11 % y para las aceleraciones de un 10 % hasta un 43 %. En el caso de la chimenea B de 250 m, la diferencia de reducción de las aceleraciones entre el AMS y ALS es muy notable, siendo en los otros casos de aproximadamente el mismo orden.

<b>Estructura</b>		<b><i>Desplazamiento</i> o máximo</b>	<b><i>Despl. máximo</i> parte fluctuante</b>	<b>Corte máximo en la base</b>	<b>Aceleración máxima</b>
<b>EDIFICIO CENTRAL PLAZA</b>	<b>Con AMS</b>	12.58 %	45.17 %	7.75 %	21.02 %
	<b>Con ALS</b>	8.26 %	29.65 %	7.31 %	25.56 %
<b>CHIMENEA A</b>	<b>Con AMS</b>	5.51 %	37.83 %	6.89 %	26.09 %
	<b>Con ALS</b>	2.50 %	19.57 %	6.28 %	22.13 %
<b>CHIMENEA B</b>	<b>Con AMS</b>	7.34 %	29.75 %	11.24 %	42.70 %
	<b>Con ALS</b>	3.04 %	12.30 %	7.11 %	10.37 %

Tabla 7.1.: Porcentajes de reducción del AMS y ALS bajo carga de viento

En la respuesta de los desplazamientos durante el tiempo de duración de la carga de viento (Figuras 6.2, 6.4, 6.6, 6.22, 6.23 y 6.24) se observa una menor variación entre el máximo y mínimo desplazamiento y alejamiento menor de la respuesta estática cuando la estructura posee un sistema de control de vibraciones.

Debido a las grandes reducciones obtenidas en la parte fluctuante del desplazamiento máximo (30 % en promedio) y de las aceleraciones máximas (25 % en promedio), tanto para el AMS y ALS, se demuestra la eficacia de estos dispositivos para el problema de incomodidad ante las vibraciones producidas por el viento. Por otro lado, la moderada reducción de los esfuerzos de corte máximos en la base (8 % en promedio) evidencian un aumento en el margen de seguridad estructural a la posibilidad de realizar una disminución de las secciones resistentes con el consiguiente ahorro económico.

Para facilitar la interpretación de los resultados obtenidos para el amortiguador de masa sintonizado bajo carga sísmica se exponen en la tabla 7.2. los porcentajes máximos de reducción con respecto a la estructura sin sistemas de control de vibraciones y los períodos fundamentales de cada estructura.

De los porcentajes obtenidos se observa un comportamiento muy distinto para cada sismo, tanto para los desplazamientos como para el corte en la base. Se nota una reducción importante para los desplazamientos en todos los casos estudiados llegando en un caso hasta aproximadamente el 50 %. Con relación al esfuerzo de corte máximo en la base, en el caso de las 3 estructuras muy flexibles (2.5 a 3.5 seg. de período fundamental), prácticamente no se produce reducción del mismo debido a que estas estructuras se encuentran fuera del rango de frecuencias de los sismos analizados, por lo que el dissipador no puede desarrollar su acción reductora. En el caso del edificio más rígido (Torres de Miramar) se nota claramente la eficiencia del AMS.

	<i>Período Fundamental</i>	<i>Variable</i>	<b>Sismo Cauce</b>	<b>Sismo Viña del Mar</b>
<b>EDIFICIO CENTRAL PLAZA</b>	3.28	<i>Desplazamiento máximo</i>	11.82 %	43.13 %
		<b>Corte máximo en la base</b>	-4.23 %	4.30 %
<b>CHIMENEA A</b>	2.5	<i>Desplazamiento máximo</i>	49.90 %	47.25 %
		<b>Corte máximo en la base</b>	-6.89 %	4.51 %
<b>CHIMENEA B</b>	3.57	<i>Desplazamiento máximo</i>	30.91 %	42.51 %
		<b>Corte máximo en la base</b>	-0.31 %	1.85 %
<b>EDIFICIO TORRES DE MIRAMAR</b>	1.03	<i>Desplazamiento máximo</i>	50.65 %	41.82 %
		<b>Corte máximo en la base</b>	4.42 %	32.88 %

Tabla 7.2: Porcentajes de reducción del AMS bajo carga sísmica

Las figuras 6.10, 6.11, 6.12, 6.13, 6.14, 6.15, 6.17 y 6.18 muestran la respuesta de los desplazamientos bajo la carga sísmica durante el período de tiempo estudiado; se observa en las gráficas una disminución de la respuesta durante todo el lapso de tiempo analizado cuando la estructura posee un amortiguador de masa sintonizado. Por otra parte, en las Figuras 6.11, 6.13 y

6.15, se puede observar claramente el efecto mencionado por *Chowdhury (Soong et. al. (1997))* según el cual los AMS, ante carga sísmica, reducen el primer modo de vibración y amplifican los modos superiores. Esto se evidencia en las figuras mencionadas, especialmente en el tramo de vibración libre, donde las mismas presentan una vibración preponderante en el segundo modo de vibración. Para las 3 estructuras: Edificio Central Plaza, Chimenea A y Chimenea B las frecuencias del 2º modo son, respectivamente, 1.4, 1.68 y 1.46 Hz (obtenidas con el Programa Dybeam).

Del estudio paramétrico realizado para el amortiguador de masa sintonizado en la sección 6.2.3 para analizar la influencia de la variación de los parámetros de diseño: la relación de masa  $\mu$ , la relación de frecuencia  $r_f$  y la relación de amortiguamiento del AMS  $\zeta_e$ ; se observa que

- el efecto de la variación de los parámetros de diseño:  $\mu$ ,  $r_f$  y  $\zeta_e$  es diferente en la respuesta máxima de los desplazamientos para cada caso estudiado.

- el parámetro  $r_f$  posee una influencia mayor que  $\mu$  y  $\zeta_e$ .

- en la figura 6.19 se observa para la chimenea A y B a partir de un valor de  $\mu = 0.03$  el valor del desplazamiento máximo permanece casi constante, mientras que para el Edificio Central Plaza el desplazamiento que menor valor se produce para  $\mu = 0.01$ , aunque la variación de los desplazamientos en todo el rango propuesto es casi despreciable, del orden de los milímetros.

- la relación de frecuencia que produce la mínima respuesta de los desplazamientos es para la chimenea A es  $r_f = 1.10$ ; para la chimenea B es  $r_f = 1.00$  y para el Edificio Central Plaza es  $r_f = 1.05$ . La investigación de *Wiesner (Soong et. al. (1997))* propone una frecuencia de sintonización óptima que depende de la relación de masa. En estas estructuras analizadas para la misma relación de masa, la frecuencia de sintonización óptima es distinta en cada caso. Por lo tanto se puede afirmar que la relación de frecuencia óptima depende de la estructura y no es la misma para todos los casos.

- con respecto a la relación de amortiguamiento, salvo en el caso de la chimenea B, este parámetro tiene poco efecto en el respuesta de los desplazamientos como se observa en la figura 6.21. En el caso del Edificio Central Plaza el valor del amortiguamiento óptimo hallado coincide con el valor propuesto para esa relación de masa por *Wiesner (Soong et. al. (1997))*.

---

### 7.3. RECOMENDACIONES PARA TRABAJOS FUTUROS

En este punto se sugieren diversos estudios para investigaciones futuras dentro del campo de los sistemas de control pasivo de vibraciones, más precisamente dentro de los mecanismos de masa aplicados a estructuras civiles. Las recomendaciones se dividen en los siguientes puntos:

- a) *Amortiguador de líquido sintonizado*: Formular y/o implementar computacionalmente un modelo no-lineal para el movimiento de líquido y la interacción del ALS con la estructura para cargas aleatorias, con el objeto de realizar una validación, verificación y campo de validez de los modelos lineales.
- b) *Parte experimental*: Realizar ensayos experimentales en modelos reducidos de estructuras con AMS y ALS con cargas de viento o sismo en una mesa vibratoria para corroborar los modelos de interacción estructura-disipador presentados en esta tesis.
- c) *Efecto torsional*: Considerar diferentes ubicaciones en planta de la estructura del amortiguador de masa sintonizado y del amortiguador de líquido sintonizado para analizar el efecto torsional sobre los desplazamientos y aceleraciones.
- d) *Múltiples Amortiguadores de masa sintonizados*: Proponer una formulación para los múltiples amortiguadores de masa sintonizados, distribuidos tanto en planta o en la altura del edificio que se pueda incorporar al modelo de estructura utilizado en esta tesis e implementar el modelo teórico en un programa computacional.

## BIBLIOGRAFIA

- Abé, M., (1996), Semi-active tuned mass dampers for seismic protection of civil structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 25, pag. 743-749.
- Abé, M., Fujino, Y., (1994), Dynamic characterisation of multiple tuned mass dampers and some design formulas, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 23, pag. 813-835.
- Abé, M., Igusa, T., (1995), Tuned mass damper for structures with closely spaced natural frequencies, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 24, pag. 247-261.
- Ambrosini, R.D., (1991), **Análisis Dinámico de Estructuras de Pared Delgada y Sección Abierta en el dominio de la frecuencia**, Tesis de Magister en Ingeniería Estructural, Universidad Nacional de Tucumán
- Ambrosini, R.D., (1994), **Consideración de la interacción suelo-estructura en el análisis dinámico de estructuras**, Tesis Doctoral en Ingeniería, Universidad Nacional de Tucumán
- Ambrosini, R.D., Riera, J.D., Danesi, R.F., (1998), Analysis of structures subjected to random wind loading, *Jubieum Conference Wind Effects on Buildings and Structures*, Gramado RS, Brazil.
- Blessman, J., (1998), **Introducao ao estudo das acoes dinâmicas do vento**, Editora da Universidade, Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
- Buhr, C., Franchek, M.A., Bernhard, R.J., (1997), Non-collocated adaptive-passive vibration control, *Journal of Sound and Vibration*, vol 206, pag. 371,398.
- Chang, C.C., Qu, W.L., (1997), Unified dynamic absorber design formulas for wind-induced vibration control of tall buildings, *Structural Design of Tall Building*, vol. 7, pag.147-166.
- Cooper, K.R., Nakayama, M., Sasaki, Y., Fediw, A.A., Resende-Ide, S., Zan, S.J., (1996), Unsteady aerodynamic force measurements on a super-tall building with a tapered cross section, *Journal of Wind Engineering and Industrial aerodynamics*, vol.72, pag. 199-212.

- 
- De la Llera, J. C., Inaudi, J. A., Lüders, C., (1998), **Análisis y diseño de sistemas de aislación sísmica y disipación de energía**, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- Den Hartog, J.P., (1956), **Mechanical Vibrations**, Dover Publications.
- De Souza Cabral, Sandro Valério, (1996), **Controle de Vibrações de estruturas sujeitas a Excitações Aleatórias**, Tesis Magister, Universidade Federal Do Rio Grande Do Sul.
- Enevoldsen, I.,(1993), Mork, K.J., Effects of a vibration mass damper in wind turbine tower, , *Structural Reliability Theory*, Instituttet for Bygningsteknik, Paper No. 119.
- Fujino, Y., Pacheco, B., Chaiser, P., Sun, L., (1988), Parametric studies on tuned liquid damper (tld) using circular containers by free-oscillation experiments, *Structural Eng./Earthquake Eng.*, Proc. of JSCE, vol.5, No 2, pag. 381-391.
- Gao, H., Kwok, K.C.S., (1997), Optimization of tuned liquid column dampers, *Engineering Structures*, vol. 19, pag. 476-486.
- Gu, M., Chang, C.C., Wu, W., Xiang, H.F., (1997), Increase of critical flutter wind speed of long-span bridges using tuned mass dampers, *Journal of Wind Engineering and industrial Aerodynamics*, vol. 73, pag 111-123.
- Hongnan, L., Baicun, M., (1997), Seismic response reduction for fixed offshore platform by tuned liquid damper, *China Ocean Engineering*, vol. 11, pag. 119-125.
- Horr, A.M., Schmidt, L.T., (1996), Modelling of nonlinear damping characteristics of a viscoelastic structural damper, *Engineering Structures*, vol. 18, No. 2, pag. 154-161.
- Jangid, R.S., (1995), Dynamic characteristics of structures with multiple tuned mass dampers, *Structural Engineering and Mechanics*, vol. 3, No. 5, pag. 497-509.
- Jangid, R.S., Datta, T.K.,(1995), Seismic behaviour of base-isolated buildings: a state-of-the-art review, *Proc. Instn Civil Engrs. Structs & Bldgs.*, vol. 110, pag. 186-203.

- 
- Jensen, H., Setarch, M., Peck, R., (1992), TMDs for vibration control of systems with uncertain properties, *Journal of Structural Engineering*, vol. 118, No. 18, pag. 3285-3298.
- Kareem, A., Kline, S., (1995), Performance of multiple mass dampers under random loading, *Journal of Structural Engineering*, vol.121, No.2, pag.348-361.
- Kareem, A., (1997), Modelling of base-isolated buildings with passive dampers under winds, *Journal of Wind Engineering and industrial Aerodynamics*, vol. 72, pag 323-333.
- Kareem, A., (1987), Wind effects on structures: a probabilistic viewpoint, *Probabilistic Engineering Mechanics*, vol.2, No.4 pag. 166-200.
- Kelly, J.M., (1986), Aseismic base isolation: review and bibliography, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 5, No 3, pag.202-216.
- Koss, L.L., Fredericks, S., (1994), Oil-Ball dampers for reduction of tower vibrations, *Second International Conference on Motion and Vibration Control*, pag. 101-107.
- Koss, L.L., Melbourne, W.H., (1995), Chain dampers for control of wind-induced vibration of tower and mast structures, *Engineering Structures*, vol 17, No.9, pag. 622-625.
- Kubo, Y., Modi, V.J., Kotsubo, C., Hayashida, K., Kato, K., (1996), Suppression of wind-induced vibrations of tall structures through moving surface boundary-layer control, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol 61, pag. 181-194
- .
- Kubo, Y., Yasuda, H., Kotsubo, C., Hirata, K., (1993), Active control of super-tall structure vibrations under wind action by a boundary-layer control method, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol 50, pag. 361-372.
- Kumagai Gumi Co., Ltd., Seismic isolation and vibration control system, Special issue for the *II International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technol (SMIRT II)*, August 18-23, 1991, Tokyo, Japan.

- 
- Kurokawa, Y., Sakamoto, M., Yamada, T., Kurino, H., Kunisue, A., (1998), Seismic design of tall building with energy dissipation damper for the attenuation of torsional vibration, *Structural Design of Tall Building*, vol. 7, pag.21-32.
- Loh, C.H., Chao, C.H., (1996), Effectiveness of active tuned mass damper and seismic isolation on vibration control of multi-storey building, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 193, pag. 773-792.
- Luft, R., (1979), Optimal tuned dampers for buildings, *Journal of the Structural Division*, vol.105, No.ST 12, pag. 2766-2772.
- Nagase, T., Hisatoku, T., (1992), Tuned-Pendulum Mass Damper installed in Crystal Tower, *The structural design of tall buildings*, vol. 1, pag. 35-56.
- NBR-6123 (NB-599), Forças devidas ao vento em edificações, Edicao 1987.
- Ogawa, K., Ide, T., Saitou, T., (1997), Application of impact mass damper to a cable-stayed bridge pylon, *Journal of Wind Engineering and industrial aerodynamics*, vol. 72, pag. 301-312.
- Pallazo, B., Petti, L, (1997), Aspects of Passive Control of Structural Vibrations, *Meccanica*, vol. 32, pag. 529-544.
- Prenninger, P., (1988), “Generation of wind record considering the statistical properties of wind spectro”, *ZAMM, Z. angew. Math. Mech.*, 68, pag.334-336.
- Rana, R., Soong, T.T., (1998), Parametric study and simplified design of tuned mass dampers, *Engineering Structures*, vol. 20, No. 3, pag. 193-204.
- Reed, D., Yeh, H., Yu, J., Gardasson, S., (1998 a), Tuned liquid dampers under large amplitude excitation, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 74, pag. 923-930.
- Reed, D., Yu, J., Yeh, H., Gardasson, S., (1998 b), Investigation of tuned liquid dampers under large amplitude excitation, *Journal Engineering Mechanics*, vol. 124, No. 4, pag. 405-413.

- 
- Riera, J.D., Ambrosini, R.D., (1992), Analysis of structures subjected to random loading using the transfer matrix or numerical integration methods, *Eng. Structures*, vol.14, No.3, pag.176-179.
- Sadek, F., Mohraz, B., Taylor, A., Chung, R., (1997), A method of estimating the parameters of tuned mass dampers for seismic applications, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 26, pag. 617-635.
- Samali, B., Kwok, K.C.S., (1995), Use of viscoelastic dampers in reducing wind and earthquake induced motion of building structures, *Engineering Structures*, vol.17, No.9, pag. 639-654.
- Smith, R.C., Koss, L.L., (1995), Ball and oil dampers for mast structures, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol. 56, pag. 169-183.
- Soong, T.T., Dargush, G.F., (1997), **Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering**, John Wiley & Sons.
- Su, L., Ahmadi, G., Tadjbakhsh, I., (1990), A comparative study of performances of various base isolation systems, part II: sensitivity analysis, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol 19, pag. 21-33.
- Sun, L.M., Fujino, Y., Chaiseri, P., Pacheco, B.M., (1995), The properties of tuned dampers using a TMD analogy, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 24, pag.967-976.
- Tamura, K., (1997), Application of damping devices to suppress wind-induced responses of buildings, *2<sup>nd</sup> European & African Conference on Wind Engineering*, 22-26 junio, Pallazo Ducale, Genova, Italia.
- Tamura, Y., Fujii, K., Ohtsuki, T., Wakahara, T., Kohsaka, R., (1995), Effectiveness of tuned liquid dampers under wind excitation, *Engineering Structures*, vol 17, No 9, pag. 609-621.
- Tamura, Y., Kohsaka, R., Nakamura, O., Miyashita, K., Modi, V., (1996), Wind-induced responses of an airport tower-efficiency of tuned liquid damper, *Journal of wind engineering and industrial aerodynamics*, vol. 65, pag.121-131.

- 
- Vickery, B. J., (1998), Winds loads and design criteria for chimneys, *Proceeding of Jubileum Conference on Wind Effects on buildings and structures*, Porto Alegre, Brazil, Editors J.D. Riera & A. G. Davenport, pag. 273-296.
- Warburton, G.B., Ayorinde, E.O., (1980), Optimum absorber parameters for simple systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol 8, pag 197-217.
- Warnitchai, P., Pinkaew, T., (1998), Modelling of liquid sloshing in rectangular tanks with flow-dampening devices, *Engineering Structures*, vol.20, No. 7, pag. 593-600.
- Xu, Y., Kwok, C., (1994), Semianalytical method for parametric study of tuned mass dampers, *Journal of Structural Engineering*, vol.120, No 3, pag.746-765.
- Yan, N., Wang, C.M., Balendra, T., (1998), Composite mass dampers for vibration control of wind-excited towers, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 213(2), pag. 301-316.